Capítulo 10

A Perspectiva Keynesiana do Crescimento

A perspectiva Keynesiana do crescimento económico é normalmente associada a Roy Harrod da Universidade de Oxford e Evsey Domar da Universidade de Harvard. O modelo de crescimento é conhecido por modelo de Harrod–Domar devido à semelhança no tipo de abordagem do crescimento em ambos os autores e também devido às suas contribuições terem surgido mais ou menos simultaneamente (finais da década de 30, início dos anos 40 do século transacto). Neste capítulo vamos seguir mais de perto a perspectiva desenvolvida por Harrod porque a consideramos mais rica relativamente ao objectivo fundamental dos modelos Keynesianos de crescimento. Nestes, o objectivo principal é mostrar que uma economia de mercado pode gerar, no longo prazo, a instabilidade e o desequilíbrio que Keynes defendera para a análise do curto prazo na sua *The General Theory of Employment, Interest and Money* (1936).[1] Este tipo de instabilidade foi denominado por Harrod por "equilíbrio fio da navalha", o qual pretende descrever uma situação em que, como o próprio nome o diz, o equilíbrio é extremamente difícil de obter e manter. Uma vez perdido, a economia afasta–se progressivamente criando desequilíbrios cada vez mais acentuados.

O tratamento das propriedades dinâmicas do crescimento de longo prazo feito por Harrod é confuso, um pouco complicado e apresenta alguns problemas de lógica interna. Num conjunto de artigos publicados entre 1939 e 1963, o autor modificou as suas exposições procurando defender a sua teoria das críticas que lhe eram feitas por Domar e por Robert Solow (entre outros). Estes consideravam que existiam "omissões" na estrutura descritiva do modelo e, sobretudo, consideravam ser inadmissível

[1] Vide Roy Harrod (1939), "An Essay in Dynamic Theory", *Economic Journal*, 49, 14–33.

que uma economia dinâmica apresentasse a característica de mostrar desequilíbrios cada vez mais acentuados conforme se poderia deduzir da explicação do crescimento desenvolvida por Harrod. Num artigo redigido em 1956, este escreve que "tais omissões não eram acidentais, mas deliberadas e o resultado de reflexões cuidadosas ... as omissões eram devidas ao desejo de obter maior generalidade" (1959, 453).[2]

Solow, por exemplo, argumentou que se o rácio capital-trabalho deixasse de ser constante como era assumido no modelo de Harrod (ou seja, se este rácio passasse a ser flexível), a característica do equilíbrio no "fio-da-navalha" na acumulação de capital no longo prazo desapareceria. Contudo, actualmente encontra-se demonstrado que, mesmo perante proporções factoriais flexíveis, pode surgir instabilidade deste tipo, *desde que haja uma função de procura de investimento independente* (veja-se o trabalho extremamente interessante de Nikaido, 1996).[3] Aparentemente, aquilo que diferencia claramente os modelos Neoclássicos dos modelos Keynesianos não é a modelização do lado da oferta — considerando proporções tecnológicas dos factores flexíveis versus constantes — como Solow e outros argumentaram, mas antes a maneira como é modelizado o lado da procura: depende de se considerar uma função de procura de investimento independente ou, alternativamente, assumir *ex-ante* uma igualdade entre investimento e poupança.

Apesar dos pontos fundamentais da sua teoria serem a separação *ex-ante* entre investimento planeado e poupança e a introdução das expectativas dos empresários relativamente à evolução da actividade económica, Harrod não foi capaz de convencer ninguém sobre estas questões.[4] Por outro lado, ao deslocar-se para a análise do ponto levantado por Solow, concentrando-se na discussão da questão da substituição dos factores — acabou por propor três explicações alternativas para o problema da substituição dos factores: substituição limitada, taxa de juro fixa e taxa de juro óptima — Harrod contribuiu para que a função de (procura de) investimento independente desempenhasse um factor secundário na análise do crescimento económico de longo prazo.[5] Esta parece ser a razão principal para justificar o papel preponderante atribuído à controvérsia entre proporções dos factores fixos versus flexíveis na embrionária moderna teo-

[2] Harrod, R. (1959), "Domar and Dynamic Economics", *Economic Journal*, 69, 451–464. Para uma discussão pormenorizada da reacção de Harrod às críticas que foram sendo feitas às suas "omissões", veja-se também Wan, H. (1971), *Economic Growth*, Harcourt Brace, New York.

[3] Nikaido, H. (1996), *Prices, Cycles and Growth*, MIT Press, Cambridge, Mass.

[4] Possivelmente porque o próprio Harrod não acreditava que a economia fosse tão instável como o seu modelo previa com desvios sucessivamente maiores face ao equilíbrio de longo prazo. Mais tarde, Harrod parece acreditar que devem existir limites à instabilidade do tipo fio-da-navalha, possivelmente determinadas por forças monetárias.

[5] Para uma discussão gráfica deste ponto veja-se Wan (1971).

ria do crescimento económico. Contudo, como Flaschel *et al.* mostraram recentemente, o problema da substituição dos factores não é necessário nem determinante para obter propriedades Keynesianas nos modelos de crescimento de longo prazo. Tudo o que é requerido é uma função independente de procura de investimento.[6]

O estilo informal e as alterações na argumentação de Harrod durante um longo período, após a primeira apresentação do seu modelo, conduziram a alguma dificuldade na escolha da estrutura básica necessária para analisar os dois pontos fundamentais do modelo de Harrod de equilíbrio no fio-da-navalha: *a constância do rácio capital-produto, e os ajustamentos na economia desencadeados pela discrepância entre os rácios capital-produto "efectivo" e "esperado"*. Algumas das melhores interpretações do modelo de Harrod são, por um lado, a análise em tempo discreto proposta por Amartya Sen (1970), que foi reformulada para uma análise em tempo contínuo por Flaschel *et al.* (1997), e, por outro lado, alguns capítulos de Nikaido (1996).[7] Como a análise em tempo contínuo parece ser mais fácil neste caso, vamos expor de seguida uma versão do modelo de Harrod em tempo contínuo e centrada no lado da procura.[8]

10.1 O Modelo sem Expectativas

Um dos aspectos interessantes do modelo de Harrod consiste no facto do mesmo permitir várias combinações que produzem o mesmo resultado: equilíbrio "fio da navalha". Vamos começar com um modelo *sem* expectativas dos empresários relativamente à evolução da actividade económica, *com* proporções fixas dos factores produtivos, *sem* uma função procura de investimento independente (ou seja, o investimento é sempre igual à poupança, quer em termos *ex-ante* quer em termos *ex-post*), e onde o factor trabalho cresce a uma taxa positiva, constante e exógena.

Como em qualquer modelo de crescimento, o modelo de Harrod também apresenta as duas grandes esferas da actividade económica: o lado da produção e o lado da procura de bens e serviços.

10.1.1 Produção

O modelo assume que a produção de bens e serviços (Q_t) é obtida através da combinação de dois factores produtivos, os quais são capital (K_t) e

[6] Flaschel, P., Franke, R. and Semmler, W. (1997), *Dynamic Macroeconomics*, MIT Press, Cambridge, Mass.

[7] Sen, A. (1970), *Growth Economics*, Penguin Books, Harmondsworth. Referências relativas a Nikaido e Flaschel *et al.* acima paresentadas.

[8] A terminologia segue de forma aproximada a revisão apresentada por Flaschel, Franke e Semmler (1997).

trabalho (L_t). Assume ainda que existe uma relação constante entre L_t e K_t para produzir Q_t, ou seja, a função de produção tem *proporções constantes* dos factores e pode ser representada matematicamente pela expressão

$$Q_t = \min\left(vK_t, xL_t\right)$$

sendo v e x constantes positivas ou parâmetros do processo de produção. O termo min pretende dizer que a produção é obtida em termos óptimos por uma combinação de trabalho e capital que resulta dos seus valores mínimos possíveis. Uma representação gráfica desta função pode ser encontrada na *Figura 10.1.*

Um exemplo permite tornar a questão mais clara. Suponha que os parâmetros do processo produtivo têm os seguintes valores: $v = 0.5$ e $x = 2$. Quais serão as quantidades necessárias e óptimas de K e L para produzir $Q_t = 100$? Em termos de capital, precisaremos de 200 unidades na medida em que $K_t = Q_t/v = 100/0.5 = 200$; enquanto que são necessárias 50 unidades de trabalho já que $L_t = Q_t/x = 100/2 = 50$. Obviamente que poderíamos utilizar 50 de L e K num montante superior a 200 (por exemplo, 250 ou 300). No entanto, esta situação não seria óptima para a empresa pois esta conseguiria obter o mesmo valor de produção mas com um montante inferior de capital (apenas 200). Este raciocínio pode ser apresentado em termos gráficos conforme *Figura 10.1.* Nesta figura o ponto A reflecte uma combinação óptima de K e L, enquanto que o ponto C já não representa uma situação de optimalidade. Esta diferença resulta do facto de ambos os pontos fornecerem o mesmo nível de produção,[9] no entanto, o ponto C utiliza mais capital do que é necessário para obter o referido volume de produção e, consequentemente, levará a custos de produção mais elevados. Por estas razões, o ponto B representa também uma combinação óptima de factores, só que para um volume de produção mais elevado.

Portanto, neste tipo de função de produção existe uma relação constante ou fixa entre a utilização dos dois tipos de factores produtivos, e esta relação óptima constante corresponde ao valor mínimo da combinação de factores o qual é dado pela razão entre v e x. Esta relação pode ser obtida como se segue

$$\frac{K_t}{L_t} = \frac{Q_t/v}{Q_t/x} = \frac{x}{v} = 4$$

Como a razão entre K_t e L_t é constante ao longo do tempo, isto implica que ambos os factores produtivos terão de crescer à mesma taxa,

[9] Ambos estão sobre a mesma curva de produção, ou isoquanta, a qual tem a forma de um L no caso das proporções contantes de factores no processo produtivo.

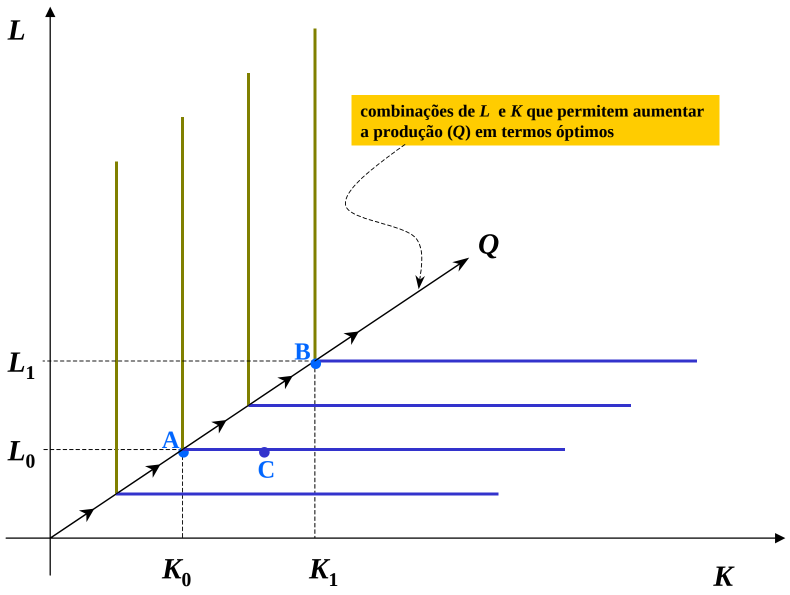

Figura 10.1: A função de produção com proporções fixas na utilização dos factores produtivos. *Os pontos A e B são pontos óptimos para as empresas, enquanto que o ponto C não o é porque com o mesmo nível de trabalho* (L_0) *e com um menor montante de capital* (K_0) *conseguiria obter o mesmo volume de produção.*

ou seja $g_K = g_L = g$. Por outro lado, como v e x são constantes, das relações $L_t = Q_t/x$ e $K_t = Q_t/v$ podemos facilmente deduzir que a taxa de crescimento da produção de bens e serviços (g_Q) terá de ser igual à taxa de crescimento dos factores produtivos, ou seja, igual a g_K e g_L. Em termos de síntese poderemos apresentar uma condição que terá necessariamente de se verificar no lado da produção de bens e serviços para que exista equilíbrio de longo prazo

$$g_K = g_L = g_Q = g \tag{10.1}$$

10.1.2 Procura de bens e serviços

O lado da procura é bastante fácil de descrever. Esta divide–se entre procura de bens para consumo (C_t) e a parte remanescente é canalizada para poupança (S_t). Portanto, da igualdade básica da contabilidade nacional teremos

$$Q_t = C_t + S_t \tag{10.2}$$

Tal como nos modelos anteriormente analisados, este modelo também assume que o nível do consumo representa uma proporção constante do rendimento, ou seja $C_t = b \cdot Q_t$, sendo b a propensão marginal a consumir e satisfaz a seguinte restrição $0 < b < 1$. Substituindo esta função consumo na equação (10.2), obteremos $Q_t = b \cdot Q_t + S_t$, de onde se conclui que existe uma relação constante entre a poupança e a produção (ou rendimento)[10]

$$S_t = s \cdot Q_t$$

sendo $s = 1 - b$ a taxa de poupança, a qual é constante e positiva: $0 < s < 1$.

Para finalizar o comportamento dos agentes no lado da procura resta explicitar como o investimento é determinado. O modelo (tal como todos os restantes já analisados) assume uma igualdade automática entre a poupança e o investimento. Portanto, teremos

$$I_t = S_t = s \cdot Q_t \tag{10.3}$$

Desta condição podemos retirar mais um dado importante do modelo: no equilíbrio de longo prazo, o investimento, a poupança e a produção terão de crescer à mesma taxa.

[10] Note que esta relação constante é um resultado trivial da macroeconomia. Ao longo deste livro já o encontrou diversas vezes. Estamos aqui a derivá–lo novamente porque a compreensão do modelo requer que se tenha bem presente este resultado.

10.1.3 Dinâmica dos factores produtivos

O modelo assume que o factor trabalho cresce a uma taxa constante, positiva e exógena, a qual é expressa da mesma forma que nos modelos anteriores por $g_L = n$, ou seja

$$\frac{\dot{L}_t}{L_t} = n \tag{10.4}$$

O stock de capital físico comporta–se em termos dinâmicos também da mesma forma que os modelos anteriores, sendo o seu comportamento dado pela seguinte expressão

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t \tag{10.5}$$

sendo δ a taxa de amortização exogenamente determinada e satisfazendo a restrição convencional $0 < \delta < 1$.

10.1.4 O equilíbrio de longo prazo

A determinação do equilíbrio de longo prazo neste modelo é extremamente fácil já que a evolução do factor trabalho ao longo do tempo é exógena, ou seja, cresce a uma taxa constante. Portanto, a evolução dinâmica acaba por ficar unicamente determinada pela equação que reflecte a acumulação de capital físico, ou seja, a equação (10.5). Para resolver o nosso problema basta substituir nesta equação as expressões relativas ao investimento ($I_t = s \cdot Q_t$) e à proporção fixa dos factores produtivos que envolve o capital ($Q_t = vK_t$). Assim este processo pode ser descrito da seguinte forma

$$\dot{K}_t = I_t - \delta \cdot K_t$$

como $I_t = s \cdot Q_t$ e $Q_t = v \cdot K_t$ então teremos

$$\dot{K}_t = s \cdot v \cdot K_t - \delta \cdot K_t$$

Dividindo ambos os lados desta equação por K_t, obtemos a taxa de crescimento do stock de capital correspondente ao equilíbrio de longo prazo

$$g_K \equiv \frac{\dot{K}_t}{K_t} = sv - \delta$$

Agora podemos facilmente sintetizar os resultados relativamente ao equilíbrio de longo prazo. Da equação (10.1) sabemos que $g_K = g_L = g_Q = g$, e como assumimos na equação (10.4) que a população cresce a uma taxa exógena dada por n — ou seja, $g_L = n$ — então a dinâmica deste modelo no longo prazo pode ser caracterizada pela seguinte equação

$$g = sv - \delta = n \tag{10.6}$$

Deste resultado retiramos três conclusões importantes. Primeiro, a taxa de crescimento aumenta se a taxa de poupança aumentar ($s \uparrow$), se a produtividade do capital aumentar ($v \uparrow$), ou se a taxa de amortização do capital diminuir ($\delta \downarrow$).

Segundo, a taxa de poupança que permite um crescimento equilibrado é dada por

$$s = \frac{n + \delta}{v}$$

Este resultado é obtido directamente a partir da equação (10.6), bastando para tal resolver a igualdade em ordem a s. Como v é um parâmetro do processo produtivo (representa a produtividade média do capital), δ é a taxa de depreciação física do capital, e n é a taxa de crescimento da população, estas três forças são totalmente exógenas ao processo de acumulação de capital. Portanto, como são as famílias que tomam as decisões sobre a poupança, é pouco provável que as suas decisões levem a um nível para a taxa de poupança (s) que seja *exactamente* igual a $\frac{n+\delta}{v}$ de forma a garantir um crescimento equilibrado. Se pouparem pouco, a população acabará por crescer mais rapidamente que o capital, gerando excesso de factor trabalho, causando desemprego e levando consequentemente uma situação de desequilíbrio em termos dinâmicos. Por outro lado, se as famílias pouparem muito, passará a haver escassez do factor trabalho e isto acaba por limitar o próprio processo de acumulação óptima de capital levando a um aumento dos salários e restringindo o crescimento da produção. Esta segunda conclusão mostra pela primeira vez o equilíbrio dinâmico "tipo fio da navalha" que Harrod tanto gostava de apresentar para caracterizar o seu modelo. Só há um valor para a taxa de poupança que permitirá um crescimento equilibrado; se a taxa for ligeiramente inferior ou ligeiramente superior a este valor, o desequilíbrio vai–se ampliando ao longo do tempo e não existe qualquer mecanismo de mercado que permita corrigir esta situação.

A terceira conclusão está relacionada com o facto do modelo não apresentar efeitos de transição dinâmica. Como a taxa de crescimento é sempre igual a $sv - \delta$, independentemente das condições de partida, no caso de se verificar um choque sobre a economia, esta reage de forma instantânea "saltando" de forma imediata para o novo equilíbrio de longo prazo.

Na *Figura 10.2* ilustramos os pontos que temos vindo a discutir. Por exemplo, se a taxa de poupança for igual a s_0, então a taxa de crescimento será *permanentemente* igual a $g = s_0 v - \delta$, qualquer que seja o nível do stock de capital. É isto que significa a não–existência de efeitos de transição dinâmica num modelo de crescimento económico, a qual pode ser re–confirmada através da análise do impacto de um choque sobre a

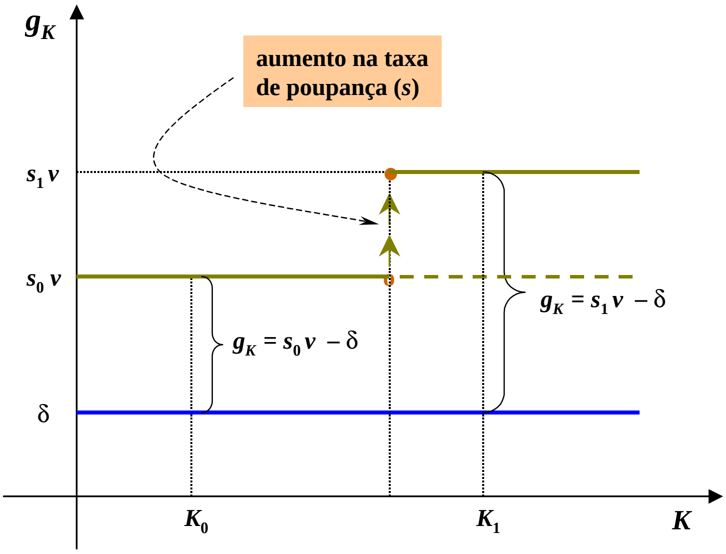

Figura 10.2: A TAXA DE CRESCIMENTO NO MODELO DE HARROD. *Este modelo reflete a inexistência de efeitos de transição dinâmica, já que todos os ajustamentos se processam de forma instantânea.*

economia, por exemplo, um aumento súbito da taxa de poupança. Caso num dado momento do tempo, a taxa de poupança aumente de s_0 para s_1, a taxa de crescimento ajusta-se ao seu novo valor de forma instantânea — não através de um processo de ajustamento gradual que levaria tempo para ser completado — passando a ser dada por $g = s_1 v - \delta$. Portanto, onde não existam processos de transição, todos os ajustamentos se dão instantaneamente e isto verifica–se no modelo que estamos aqui a analisar.

Como já deve ter notado, este modelo apresenta conclusões totalmente semelhantes às do modelo AK analisado num dos capítulos anteriores.[11] De facto, a *Figura 10.2* é totalmente semelhante à que apresentámos quando discutimos aquele modelo. Então qual a novidade do modelo de Harrod que justifica apresentá–lo como uma explicação teórica alternativa para o comportamento das economias no longo prazo?

A primeira justificação potencial tem a ver com a introdução do crescimento da população no modelo de Harrod, estando este crescimento totalmente ausente no modelo AK. Infelizmente, este ponto acaba por não ter grande relevância para a separação dos dois modelos pois caso colocássemos a população a crescer a uma taxa exógena no modelo AK, chegaríamos exactamente às mesmas conclusões do presente modelo.

[11] Vide capítulo 'Learning–By–Doing', Externalidades e Crescimento.

Existe no entanto uma novidade significativa que Harrod apresentou em 1939 para descrever o comportamento dos empresários e que permite introduzir grande originalidade no seu modelo. Harrod referiu que os empresários não conhecem de forma perfeita o valor da procura agregada que irá vigorar no próximo período e, portanto, também não poderão saber qual o nível da produção que irá ser necessária para satisfazer aquele nível da procura. Isto tem uma implicação extremamente importante: os empresários não podem saber com exactidão qual o nível do stock de capital que é óptimo para o próximo período e, portanto, também não saberão com total rigor qual o esforço de investimento que deverão fazer no presente período para fazer face ao volume de produção que irá ser procurado no mercado no futuro.

No entanto, apesar de não saberem com exactidão total qual o *valor óptimo* para o investimento e para o stock de capital, isto não significa que os empresários fechem "as portas" e desistam da sua função económica. Existe uma forma expedita destes agentes tentarem limitar a inexistência de informação perfeita através da *formulação de expectativas* sobre o que deverá ocorrer no futuro, da mesma forma que fizemos na análise dos ciclos económicos de curto prazo na segunda parte deste livro. A introdução de expectativas no modelo implica que em cada período de tempo iremos ter três dimensões de análise:

- **A dimensão efectiva**: as variáveis económicas são medidas em valores efectivos, ou seja, nos valores que as mesmas vão assumindo em cada período de tempo, independentemente das expectativas se confirmarem ou não, e independentemente dos valores efectivos serem óptimos ou não;

- **A dimensão das expectativas**: as variáveis assumem valores esperados que resultam das expectativas que os empresários formulam sobre os valores efectivos destas variáveis, os quais poderão ser diferentes dos valores efectivos e diferentes dos valores óptimos.

- **A dimensão óptima**: as variáveis assumem valores que são ditados pelo nível da procura agregada (Q_t^d); ou seja, para um dado nível da procura (que é tida como exógena para os empresários) existirá um nível óptimo para a oferta (Q_t^s), para a produção (Q_t) e, consequentemente, para o stock de capital (K_t)

$$Q_t^d \rightarrow Q_t^s \rightarrow \underbrace{\tilde{Q}_t \rightarrow \tilde{K}_t}_{\tilde{v}_t}$$

É este nível óptimo para o rácio produto/capital que os empresários pretendem conhecer, o qual irá ser designado por $\tilde{v}_t$, de forma a distingui-lo do seu valor efectivo v_t. Como não sabem o valor óptimo deste rácio com exactidão, porque não sabem o valor futuro da procura, as empresas concebem expectativas sobre os valores prováveis que mesmo deverá assumir, e são estas *expectativas* que fazem com que a economia aumente ou diminua o seu stock de capital. Como iremos constatar, a introdução destas expectativas pode tornar a dinâmica do modelo bastante mais rica do que aquela que caracterizámos ao longo desta secção. No entanto, convém salientar que o equilíbrio tipo "fio-da-navalha" mantém–se mesmo sem a necessidade de introduzir considerações sobre o crescimento da população.

10.2 O Modelo com Expectativas

Para simplificar a exposição admita que as decisões das empresas relativamente à contratação do factor trabalho não são cruciais para a análise dinâmica do modelo (suponha por exemplo que qualquer escassez de mão de obra pode ser imediatamente eliminada através do recurso à imigração). No entanto, o mesmo não se passa relativamente ao nível do investimento porque as empresas precisam de tomar *hoje* uma decisão sobre o investimento que devem realisar correntemente para poderem produzir *amanhã* de acordo com as necessidades do mercado. Que necessidades são estas? São os volumes de produção necessários para fazer face à procura de bens e serviços. Isto significa que devemos restringir a formulação de expectativas por parte das empresas relativamente a uma única grandeza: nível de produção.

Como o nível de produção afecta o rácio produto–capital, a variável que passará a ser determinante no sentido de poder alterar os resultados da secção anterior é o rácio v. Ou seja, *enquanto que "v" era pura e simplesmente tido como uma constante na secção anterior, na presente secção este rácio irá variar não só em função das expectativas dos empresários, mas também em função do funcionamento da economia, em particular, do hiato entre o seu valor efectivo e seu valor óptimo em cada período de tempo.*

Portanto, o "rácio produto–capital" poderá assumir três valores diferentes: o valor que é efectivo (ou o valor que existe em cada momento no tempo); o valor esperado (ou seja, aquele que os empresários esperam que se venha a verificar); e o valor óptimo que é um valor exógeno, sendo ditado pela procura de bens e serviços. A definição deste rácio de acordo com estas três perspectivas é a seguinte:

$$v = Q_t/K_t \quad , \qquad \text{rácio produto–capital } \textit{efectivo ou corrente}$$

$$v^e = Q_t^e/K_t \quad , \qquad \text{rácio produto–capital } \textit{esperado}$$

$$\tilde{v} = \tilde{Q}_t/K_t \quad , \qquad \text{rácio produto–capital } \textit{óptimo} \text{ (exógeno)}$$

Enquanto os rácios capital-produto efectivo e esperado são ambos fáceis de compreender (o primeiro é o rácio que a economia detém de facto em cada período de tempo e o último é aquele que os homens de negócios esperam que a economia venha a ter no ano que está a decorrer), o nível *óptimo* deste rácio é algo que é determinado fora do âmbito de qualquer empresa individual e, assim, é assumido como constante na estrutura do modelo.

10.2.1 A dinâmica do rácio produto-capital

Já sabemos que a taxa de crescimento do capital é definida por $g_K \equiv \dot{K}/K$. Na equação (10.6) obtivemos que o valor desta taxa é dado por $g_K = sv - \delta$ no modelo em questão. Sendo s e δ são constantes para as empresas, então a única força que pode alterar o valor da taxa de crescimento do stock de capital (g_K) é o rácio produto–capital (v_t). Como neste novo cenário v_t deixa de ser constante ao longo do tempo, podemos obter a partir da equação $g_{K(t)} = s \cdot v_t - \delta$ uma expressão para a *taxa de crescimento* de $g_{K(t)}$, sendo esta dada por[12]

$$\frac{\dot{g}_{K(t)}}{g_{K(t)}} = \frac{\dot{v}_t}{v_t} \tag{10.7}$$

Ou seja, como a única força endógena que faz variar $g_{K(t)}$ é v_t, e como a relação entre estas duas variáveis é linear, então $g_{K(t)}$ crescerá à mesma taxa que v_t.

Vamos agora concentrar a atenção no comportamento de v_t, o qual representa a principal linha de separação entre o modelo Neoclássico e o modelo Keynesiano no espírito da contribuição de Harrod para a teoria do crescimento. O comportamento dinâmico desta variável é uma função de procura de investimento que é do *tipo acelerador*[13]

$$\dot{v}_t = \mu \left(v_t^e - \tilde{v} \right) v_t \tag{10.8}$$

[12] Note que $\dot{g}_K/g_K$ não é mais do que *a taxa de crescimento da taxa de crescimento* do stock de capital, enquanto que $\frac{\dot{v}}{v}$ é a taxa de crescimento do rácio produto–capital (v). Estamos apenas a seguir o procedimento habitual que temos utilizado para transformar equações com variáveis expressas em valores absolutos em equações expressas em termos de taxas de crescimento.

[13] O termo *acelerador* na teoria do crescimento é equivalente à utilizada na análise curto prazo em macroeconomia.

com $\mu > 0$.

A equação (10.8) é bastante simples de interpretar do ponto de vista matemático. Se se verificar $v_t^e = \tilde{v}$, então não existe qualquer desajustamento entre o rácio produto–capital que as empresas *esperam que se venha a verificar* (v^e) e o valor *óptimo* ($\tilde{v}$) que é ditado pelo nível exógeno da procura. Nesta situação teremos que o valor de v_t permanece constante ao longo do tempo, ou seja, verifica–se uma variação nula deste rácio ($\dot{v}_t = 0$). No entanto, para um dado nível de $\tilde{v}$, se os empresários conceberem expectativas mais elevadas do que este valor óptimo (se $v_t^e > \tilde{v}$), isto implica que v_t estará a crescer ao longo do tempo e, portanto, $\dot{v}_t > 0$.

Se em termos matemáticos é fácil perceber a lógica deste tipo de variação, a explicação da mesma em termos económicos requer alguma elaboração. Por exemplo, qual é o significado económico de $v_t^e > \tilde{v}$? Um pequeno exercício serve para explicar este significado de forma simples. Suponha que no início de um dado ano as empresas têm um determinado stock de capital instalado de $K_0 = 150$ com o qual poderão obter uma produção no valor de $Q_0 = 165$. Considere agora que os empresários esperam que procura ao longo do corrente ano de, por exemplo, de 210 unidades, isto é, $Q_t^e = 210$. Finalmente, admita ainda que o valor que os consumidores irão de facto procurar no decorrer deste ano seja não de 200 mas sim de $\tilde{Q}_t = 180$. Poderemos agora calcular o valor de cada um dos rácios produto-capital:

$$v_0 = 165/150 = 1.1 \ , \ \ \tilde{v}_t = 180/150 = 1.2 \ , \quad v_t^e = 210/150 = 1.4$$

Como $v_t^e > \tilde{v}_t$, isto significa que o *valor inicial* v_0 deverá aumentar porque era apenas de 1.1 no início do ano. Ou seja, em termos de conclusão, sempre que $v_t^e > \tilde{v}_t$ deveremos ter uma variação positiva do rácio v_t ao longo do tempo, o que se traduz matematicamente pela condição $\dot{v}_t > 0$ e, portanto

$$\boxed{v_t^e > \tilde{v}_t \ \Rightarrow \ \uparrow v_t \Rightarrow \ \dot{v}_t > 0}$$

Obviamente que no caso de se verificar uma relação oposta entre o valor óptimo e o valor esperado — ou seja, se $v_t^e < \tilde{v}$ — teremos v_t a decrescer ao longo do tempo e isto reflete–se num valor negativo para a sua variação ($\dot{v}_t < 0$).

Resumindo, o rácio entre o produto e o stock de capital ajusta–se no sentido de corrigir qualquer desequilíbrio temporário no mercado do produto, sendo a sua variação sintetizada da seguinte forma:

$$\boxed{\begin{array}{lll} \dot{v}_t = 0 & \text{se} & v_t^e = \tilde{v} \\ \dot{v}_t > 0 & \text{se} & v_t^e > \tilde{v} \\ \dot{v}_t < 0 & \text{se} & v_t^e < \tilde{v} \end{array}}$$

10.2.2 O processo de formação de expectativas

Para encerrar o sistema é necessário postular um processo através do qual os empresários formulem as suas expectativas relativamente ao *rácio do produto–capital esperado*. Esta é a maior novidade que os tratamentos mais recentes introduziram na velha versão do modelo de Harrod: Thomas Sargent propôs em 1987 *expectativas racionais*, Peter Flaschel *et al.* (1997) consideraram *expectativas adaptativas*.[14] Nos parágrafos seguintes será tornada clara esta distinção entre expectativas racionais e expectativas adaptativas neste tipo de modelos.

Vamos começar por analisar as expectativas adaptativas. Como já sabemos, um processo de expectativas adaptativas é um processo no qual os agentes económicos corrigem os seus erros do passado através de um parâmetro que dá a velocidade a que o erro é corrigido. No modelo de Harrod as expectativas estão relacionadas com o rácio produto–capital (v_t^e), e podemos apresentar o processo adaptativo através da seguinte fórmula[15]

$$\dot{v}_t^e = \xi \left(v_t - v^e \right), \qquad 0 < \xi < \infty. \tag{10.9}$$

onde ξ é o parâmetro que nos indica a velocidade com que os erros do passado são corrigidos, v_t continua a ser o rácio produto–capital efectivo e $\dot{v}_t^e$ é a taxa de variação esperada deste rácio. A equação (10.9) corresponde à segunda equação fundamental do modelo de crescimento de Harrod nesta versão com expectativas. Podemos destacar cinco pontos fundamentais relativamente a esta equação:

[14] Sargent, T. (1987), *Macroeconomic Theory*, Second Edition, Academic Press, New York. Relativamente a Flaschel *et al.* vide referência acima.

[15] Note que no processo de formação de expectativas apresentado no capítulo 11 é totalmente semelhante a este. A única diferença consiste em que no presente caso estamos a usar tempo contínuo, enquanto que naquele capítulo utilizámos tempo discreto. Senão vejamos.

A expressão das expectativas adaptativas era $P_{t+1}^e = P_t^e + \psi(P_t - P_t^e)$, de onde podemos obter directamente $P_{t+1}^e - P_t^e = \psi(P_t - P_t^e)$. Agora tome em consideração que por definição $P_{t+1}^e - P_t^e = \Delta P$, e portanto teremos o seguinte resultado: $\Delta P = \psi(P_t - P_t^e)$. As semelhanças são facilmente visíveis entre esta versão em tempo discreto e a versão em tempo contínuo apresentada neste capítulo.

- se não existirem erros entre o nível actual do rácio produto–capital e o seu nível esperado, então $v_t = v_t^e$, e $\dot{v}_t^e = 0$;

- se $v_t > v_t^e$, então o rácio produto–capital efectivo é maior do que o seu nível esperado e, assim, $\dot{v}_t^e > 0$;

- se $v_t < v_t^e$, então o rácio produto–capital actual é menor do que o seu nível esperado e, consequentemente, $\dot{v}_t^e < 0$;

- existem *expectativas adaptativas* se os agentes necessitam de *um montante positivo de tempo* para corrigir os seus erros, o que implica que o valor do parâmetro ξ tem que estar compreendido no intervalo $0 < \xi < \infty$;

- existem *expectativas racionais* se os agentes são capazes de *corrigir instantaneamente* os seus erros, e isto implica que o valor do parâmetro ξ tem que ser $\xi \to \infty$.

10.3 O Equilíbrio de Longo Prazo com Expectativas

Vamos analisar o equilíbrio de longo prazo do modelo de Harrod com base em dois tipos de expectativas: adaptativas e racionais.

10.3.1 Expectativas adaptativas

As equações (10.8) e (10.9) formam um sistema de duas equações diferenciais autónomas no plano (v_t, v_t^e) :

$$\begin{aligned} \dot{v}_t &= \mu \left(v_t^e - \tilde{v}\right) v_t \\ \dot{v}_t^e &= \xi \left(v_t - v_t^e\right) \end{aligned} \tag{10.10}$$

Como já é amplamente conhecido nesta fase do estudo do crescimento económico, o equilíbrio de longo prazo é determinado através da aplicação das seguintes condições

$$\dot{v}_t^e = 0 \ , \ \dot{v}_t = 0$$

ao sistema de equações diferenciais dado por (10.10). Estas condições levam-nos à conclusão de que este sistema tem dois equilíbrios de longo prazo.

O primeiro é trivial e não tem significado económico pois é dado pelo par $[v_t = 0, v_t^e = 0]$.[16] Como é facilmente perceptível, não faz sentido estudar uma economia que não exista, o que acontece caso o produto seja nulo. Se $Q_t = 0$, então $v_t = \frac{Q_t}{K_t} = 0$. Por isso não iremos preocupar–nos mais com este equilíbrio.

O segundo equilíbrio de longo prazo, aquele que não é trivial — isto é, o estado estacionário no qual as variáveis (v_t, v_t^e) assumem valores diferentes de zero e positivos — é obtido também a partir das condições $\dot{v}_t^e = 0$ e $\dot{v}_t = 0$ para as duas equações anteriores e resolvendo o sistema relativamente a v_t e v_t^e. Estas duas condições conduzem-nos ao seguinte par de equações a partir das quais podemos analisar o tipo de equilíbrio dinâmico desta economia

$$\begin{aligned} \dot{v}_t^e = 0 &\Rightarrow v_t = v_t^e \\ \dot{v}_t = 0 &\Rightarrow v_t^e = \tilde{v} \end{aligned} \tag{10.11}$$

Este par de *loci* que descreve as propriedades dinâmicas do comportamento do modelo pode ser representado graficamente como nas *Figuras 10.3* e *10.4.* Em termos algébricos, é fácil compreender que o equilíbrio de longo prazo do sistema dado por aquelas duas equações conduz ao ponto crítico não trivial caracterizado por $v_t = v_t^e = \tilde{v}$. Em termos gráficos convém explicar com algum detalhe os comportamentos dinâmicos de v_t e v_t^e que levam a este equilíbrio.

A *figura 10.3* representa o comportamento dinâmico de v_t. Note que este comportamento é explicitado pela equação $\dot{v}_t = \mu (v_t^e - \tilde{v}) v_t$, com $\mu > 0$. A partir desta equação é fácil perceber que se $v_t^e > \tilde{v}$, teremos $\dot{v}_t > 0$ e, consequentemente, v_t estará a crescer ao longo do tempo. É esta situação que está descrita no ponto B da referida figura, onde se o nível de partida de v^e for v_B^e, então v_t crescerá indefinidamente, convergindo para infinito ao longo do tempo. No caso oposto (ponto A), se o nível de v^e for v_A^e, então $v_t^e < \tilde{v}$ e v_t decrescerá permanentemente, convergindo para zero ao longo do tempo.

Relativamente ao comportamento dinâmico de v_t^e, o raciocínio é perfeitamente idêntico com a única diferença deste comportamento ser expresso pela equação $\dot{v}_t^e = \xi (v_t - v_t^e)$, com $\xi > 0$. É óbvio que o único par de valores para v_t^e e v_t que satisfaz o equilíbrio desta variável é $v_t = v_t^e$. Quando isto se verificar teremos $\dot{v}_t^e = 0$ e, consequentemente, o valor de v_t^e permanece constante (em equilíbrio) ao longo do tempo.

Vamos ilustrar este comportamento dinâmico através da *Figura 10.4.*

[16] Note que se substituir $v_t = 0$ e $v_t^e = 0$ nas equações do sistema acima, teremos satisfeitas as condições necessárias para que haja equilíbrio de longo prazo, ou seja, teremos garantido que $\dot{v}_t^e = 0$ e $\dot{v}_t = 0$.

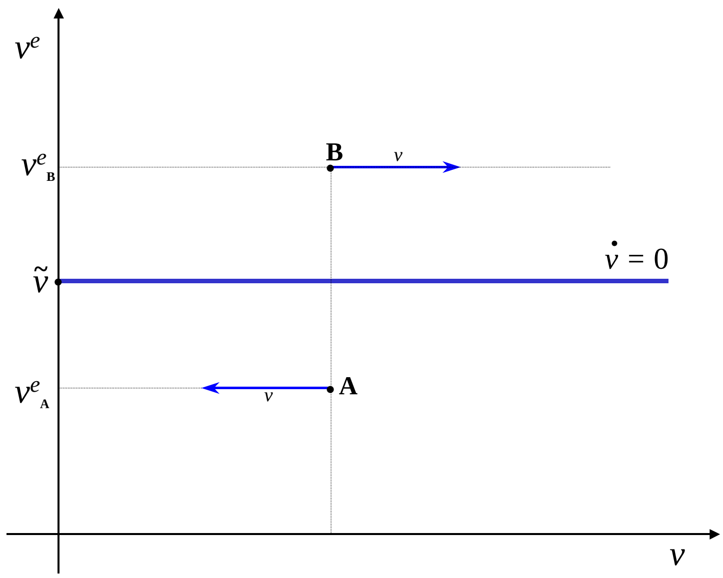

Figura 10.3: O COMPORTAMENTO DINÂMICO DO RÁCIO PRODUTO–CAPITAL EFECTIVO (v).

Suponha que o valor de partida para v_t é v_0. Por outro lado podemos ter dois tipos de valores de partida para v_t^e: um acima da recta de 45 graus (por exemplo, ponto A) e outro abaixo desta (ponto B). No ponto A verificamos que $v_t < v_t^e$, o que implica que $\dot{v}_t^e < 0$ e que v_t^e estará a decrescer ao longo do tempo até alcançar o seu valor de equilíbrio de longo prazo, sendo este alcançado quando o movimento chegar ao ponto E. No ponto B temos a situação oposta, o que leva a que v_t^e estará a crescer ao longo do tempo até alcançar o seu valor de equilíbrio de longo prazo no ponto E.

Estudámos o comportamento dinâmico de cada uma das variáveis individualmente. Para analisar o tipo de comportamento dinâmico *do sistema* construímos um diagrama de fase no qual reunimos as equações de movimento para $\dot{v}_t$ e $\dot{v}_t^e$, ou seja, no qual sobrepomos as duas figuras anteriores. O diagrama de fase onde esta sobreposição está representada encontra–se na *Figura 10.5*, onde verificamos que a estabilidade do sistema em (10.11) é caracterizada por *um equilíbrio do tipo ponto–sela ou "fio-da-navalha" se as expectativas forem adaptativas.* Nesta versão do modelo de Harrod, se a economia inicia o seu processo de acumulação de capital com um par inicial de (v_t, v_t^e) no ramo estável AB, ela vai convergir para os valores de longo prazo v_t e v_t^e dados pelo ponto E. Contudo, se algumas forças deslocarem o sistema para fora do ramo estável AB, ou

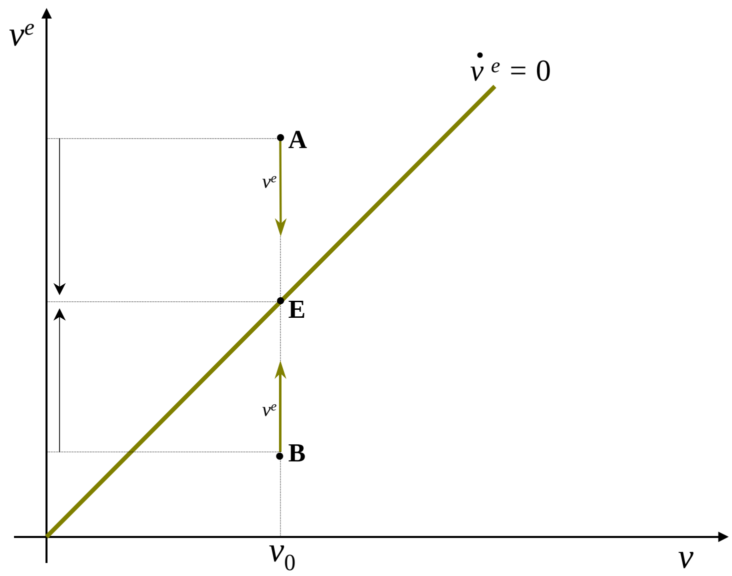

Figura 10.4: O COMPORTAMENTO DINÂMICO DO RÁCIO PRODUTO–CAPITAL ESPERADO (v^e).

se o par inicial (v_t, v_t^e) não estiver compreendido neste ramo, então não existe qualquer mecanismo de mercado que faça com que a economia se desloque em direcção ao caminho de equilíbrio de longo prazo (que é dado pelo ponto E). Antes pelo contrário, neste caso a economia vai divergir cada vez mais, distanciando-se do equilíbrio referido de forma progressiva.

Um dos aspectos mais criticados deste modelo reside no facto do desequilíbrio dinâmico forçar a economia ou a desaparecer ao longo do tempo (v_t e v_t^e tendem para zero no longo prazo), ou a alcançar o "big bang" em tempo finito, onde a economia explodirá com $v_t = v_t^e = +\infty$. Ambas estas situações não têm a mínima lógica em termos económicos pois no caso do "big–bang", isto significaria que $K_t = 0$, porque $v_t = \frac{Q_t}{K_t} = \infty$. Enquanto que no outro cenário teríamos a economia a "impludir", ou seja a desaparecer ao longo do tempo, o que implicaria que o nível do produto tenderia para zero: que $Q_t = 0$, então $v_t = \frac{Q_t}{K_t} = 0$.

Note-se que o grau de substituabilidade entre trabalho e capital (se os factores são combinados em proporções constantes ou proporções flexíveis) não é, na verdade, necessário para reproduzir as propriedades de fio-da-navalha do crescimento de longo prazo, pois o factor trabalho ainda nem sequer foi abordado pelo modelo na presente secção. Isto está em clara contradição com algumas das visões mais standard do modelo de Harrod, no qual é a proporção fixa entre trabalho e capital que produz a dinâmica

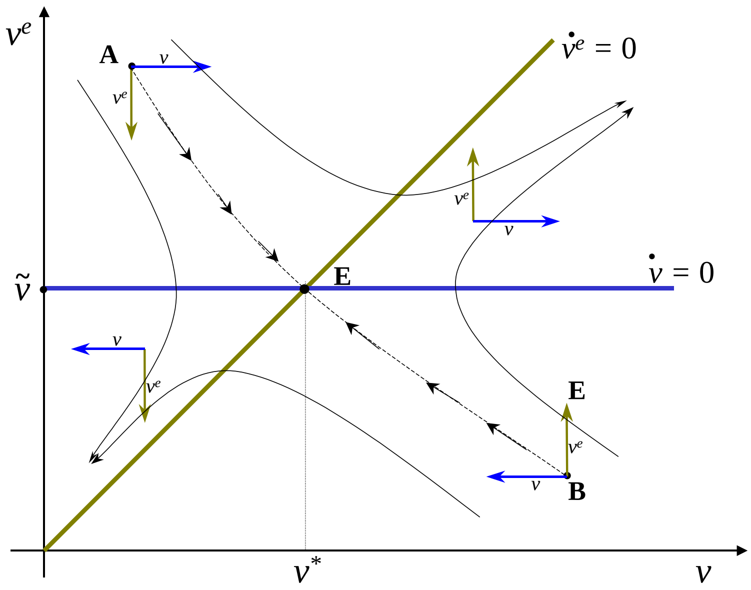

Figura 10.5: DESEQUILÍBRIO NO MODELO DE HARROD COM EXPECTATIVAS ADAPTATIVAS. *Esta expectativas produzem um equilíbrio tipo "fio–da–navalha", ou ponto de sela, onde a esmagadora maioria das trajectórias convergem para zero ou infinito.*

de desequilíbrio do modelo de crescimento. Contrariamente a esta perspectiva, o que nesta secção produziu o equilíbrio "fio–da–navalha" foram *e os ajustamentos na economia desencadeados pela discrepância entre os rácios capital-produto "efectivo" e "esperado"*. Ou seja foi a introdução de expectativas adaptativas num modelo com acumulação de capital que levou a este tipo de equilíbrio. Vamos ver o que acontece ao equilíbrio do modelo com expectativas racionais.

10.3.2 Expectativas racionais

Peter Flaschel *et al.* (1997) mostraram que a adopção de *expectativas racionais* não elimina a instabilidade do tipo "fio-da-navalha" do sistema de Harrod, como Thomas Sargent (1987) houvera sugerido. As expectativas racionais implicam que a restrição $\xi \to \infty$ tem obrigatoriamente de se verificar na equação (10.9), e esta condição conduz a um novo resultado para esta equação:[17]

$$v_t^e = v_t$$

Ou seja, conduz ao resultado em que o valor esperado para o rácio produto–capital coincide sempre com o seu valor efectivo ou corrente. Quando existem expectativas racionais os erros de previsão são nulos em termos médios e isto implica que $v_t^e = v_t$.

A principal implicação prática deste facto consiste em que o sistema dinâmico fica reduzido a uma única equação de movimento já que as expectativas racionais eliminam a segunda equação de movimento do sistema. Senão vejamos. O sistema é dado pelo conjunto de equações diferenciais: $\dot{v}_t = \mu\,(v_t^e - \tilde{v})\,v_t$ e $\dot{v}_t^e = \xi\,(v_t - v_t^e)$. Como as expectativas racionais impõem $v_t^e = v_t$, então esta segunda equação é pura e simplesmente eliminada enquanto que a primeira, após a substituição de $v_t^e = v_t$, passa a ser escrita por

$$\dot{v}_t = \mu\,(v_t - \tilde{v})\,v_t \tag{10.12}$$

Assim, a dinâmica do modelo de crescimento pode ser completamente estudada usando apenas a equação (10.12). Esta equação é muito fácil de analisar. Para se obter o equilíbrio de longo prazo do modelo basta igualarmos a equação (10.12) a zero e o resultado será

$$v_t = \tilde{v}$$

[17] Mais uma vez, convém recordar os resultados das expectativas racionais analisadas na terceira parte do livro (capítulo 11). Neste capítulo vimos que as expectativas adaptativas eram dadas pela expressão geral $P_{t+1}^e = P_t^e + \psi(P_t - P_t^e)$, ou de forma equivalente por $\Delta P = \psi(P_t - P_t^e)$, com $0 < \psi < \infty$. Vimos também que quando as expectativas são racionais teremos $\psi \to \infty$, o que implica que $P_t = P_t^e$.

Transpondo o raciocínio acima para o tempo contínuo, o qual estamos a utilizar no presente capítulo, é fácil perceber que expectativas racionais aplicadas à equação $\dot{v}_t^e = \xi\,(v_t - v_t^e)$ deverão implicar $v_t - v_t^e$.

Se esta condição for satisfeita termos garantido a existência do equilíbrio de longo prazo. No entanto se isso não se verificar mesmo que marginalmente, a economia entra num processo de desequilíbrio progressivo: ou desaparece ao longo do tempo, em que o rácio produto capital tende para zero ($v_t \to 0$); ou ocorre o "big bang", o que se traduz por uma situação em que $v_t \to \infty$. Em termos de síntese:

$$\boxed{\begin{array}{lllll} v_t = \tilde{v} & \Rightarrow & \dot{v}_t = 0 & \Rightarrow & v_t = \tilde{v} \\ v_t > \tilde{v} & \Rightarrow & \dot{v}_t > 0 & \Rightarrow & v_t \to +\infty \\ v_t < \tilde{v} & \Rightarrow & \dot{v}_t < 0 & \Rightarrow & v_t \to 0 \end{array}}$$

Apesar da consideração de expectativas racionais na dinâmica do modelo, esta nova versão acaba por produzir o mesmo tipo de equilíbrio "fio-da-navalha" que o sistema *planar* das expectativas adaptativas acima discutido.[18] O valor do equilíbrio de longo prazo de v_t é $v_t = \tilde{v}$. Se, por alguma razão, v_t aumenta e se torna maior que o seu valor do estado estacionário, então v_t^e começa também a crescer, e ambos v_t e v_t^e aumentam sem limites. Este aspecto dinâmico do sistema pode ser visto na *Figura 10.6*, onde há apenas um único valor para o rácio capital-produto ($\tilde{v}$) compatível com *crescimento equilibrado*. Se existir qualquer deslocação em relação a este valor, mesmo que pequena, a economia vai sofrer um movimento permanente de afastamento relativamente ao equilíbrio e, no decorrer do tempo, ou $v_t \to 0$ ou $v_t \to +\infty$.

10.4 Um exemplo numérico

Nesta secção vamos mostrar como o modelo se comporta através da atribuição de valores numéricos aos respectivos parâmetros. O sistema dinâmico tem as duas equações diferenciais autónomas no plano (v_t, v_t^e) já nossas conhecidas $\dot{v}_t = \mu\,(v_t^e - \tilde{v})\,v_t$ e $\dot{v}_t^e = \xi\,(v_t - v_t^e)$ com $\mu > 0$ e $0 < \psi \leq \infty$. Como vimos o que diferencia os dois processos de expectativas é o valor que o parâmetro de correcção dos erros do passado pode assumir: ψ. Nos dois exemplos numéricos seguintes, a única diferença reside no valor deste parâmetro.

[18] Um sistema *planar* é um sistema que comporta duas equações de movimento, enquanto um sistema *escalar* tem apenas uma equação de movimento como é o caso do modelo com expectativas racionais.

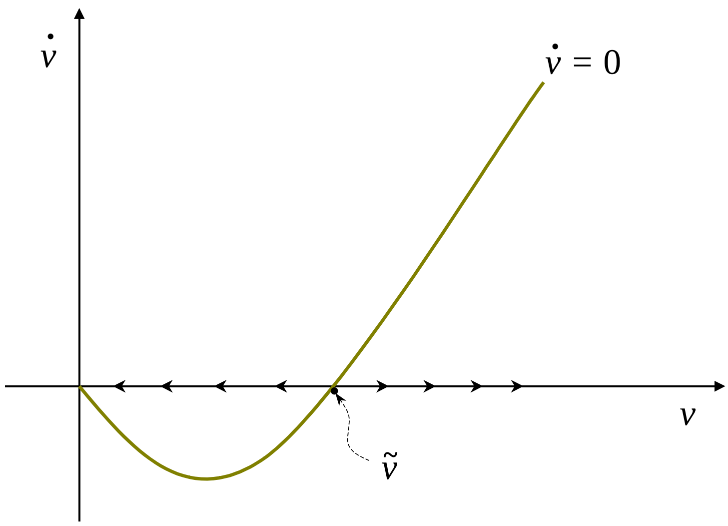

Figura 10.6: DESEQUILÍBRIO NO MODELO DE HARROD COM EXPECTATIVAS RACIONAIS. *Este tipo de expectativas produz o mesmo tipo de resultado que as expectativas adaptativas, ou seja, leva também a um equilíbrio tipo "fio–da–navalha".*

10.4.1 Expectativas adaptativas

No caso das expectativas adaptativas iremos assumir que

$$\boxed{\xi = 0.9 \quad , \quad \mu = 0.95 \quad , \quad \tilde{v} = 0.5}$$

o que implica que o sistema de equações diferenciais será escrita por

$$\dot{v}_t = 0.95\,(v_t^e - 0.5)\,v_t$$

$$\dot{v}_t^e = 0.9\,(v_t - v_t^e)$$

Na *Figura 10.7* mostramos o diagrama de fase deste sistema numérico. Como podemos facilmente visualizar, o equilíbrio de longo prazo é de $v_t = v_t^e = \tilde{v} = 0.5$. Caso os empresários consigam "acertar" exactamente neste valor para o rácio produto-capital esperado (ou seja, caso as expectativas iniciais sejam $v_0^e = 0.5$), a economia irá obter e manter o valor de 0.5 para o valor efectivo deste rácio ($v_t = 0.5$) ao longo do tempo e permitirá, portanto, a existência de equilíbrio dinâmico na economia.

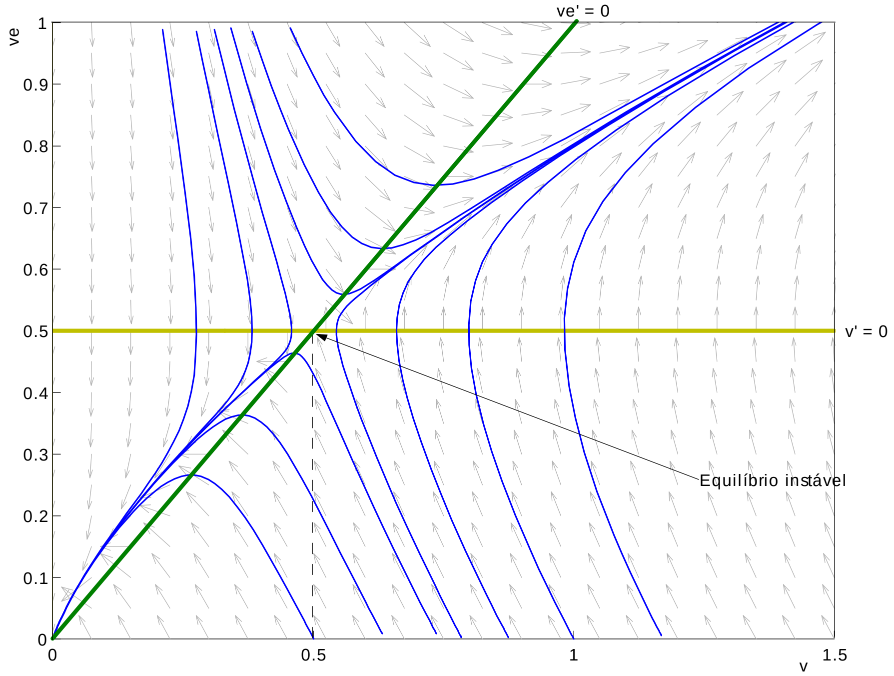

Figura 10.7: EQUILÍBRIO INSTÁVEL NO MODELO DE HARROD COM EXPECTATIVAS ADAPTATIVAS.

No entanto, caso as expectativas iniciais dos empresários (v_0^e) divirjam mesmo que pouco significativamente do valor $v_0^e = 0.5$, isto provocará um afastamento crescente da economia relativamente ao ponto de equilíbrio. Na *Figura 10.8* mostramos quatro trajectórias divergentes da economia relativamente ao equilíbrio de longo prazo com diferentes combinações de valores iniciais (ou de partida) para o valor efectivo e o valor esperado do rácio produto–capital. Estes valores iniciais são denominados, respectivamente, por v_0 e v_0^e. No primeiro painel apresenta-se o cenário em que os valores iniciais são os seguintes: $v_0 = 0.5$ e $v_0^e = 0.01$. Como se pode ver, perante estas condições iniciais, a economia converge para zero e ao fim de cerca de cinco períodos de tempo esta convergência está praticamente alcançada.

No segundo painel, as condições iniciais são $v_0 = 1$ e $v_0^e = 0.1$.[19] Contrariamente ao caso anterior, a economia não converge para zero mas sim para infinito, o que também não faz muito sentido económico pois ter um rácio produto–capital a convergir para infinito significa que o capital tende para zero, ou que a sua produtividade tende para infinito.

No terceiro painel escolhemos valores iniciais muito baixos $v_0 = 5/10^3$ e $v_0^e = 8/10^3$. Neste caso, a economia converge também para zero. No último painel temos os mesmo valores iniciais para $v_0 = v_0^e = 0.8$, e a economia converge para infinito.

10.4.2 Expectativas racionais

Para as expectativas racionais existe apenas uma alteração relativamente ao exercício numérico anterior. Continuamos a assumir que $\mu = 0.95$ e $\tilde{v} = 0.5$, mas neste caso as expectativas racionais exigem que $\xi \to \infty$, o que implica que $v_t = v_t^e$. Portanto, no caso das expectativas racionais iremos assumir que

$$\boxed{\xi \to \infty \Rightarrow v_t = v_t^e \quad , \quad \mu = 0.95 \quad , \quad \tilde{v} = 0.5}$$

Conforme vimos numa das secções anteriores, este tipo de expectativas acaba por reduzir o modelo a apenas uma equação de movimento:

$$\dot{v}_t = 0.95\,(v_t - 0.5)\,v_t$$

O equilíbrio extremamente instável que existe neste modelo mesmo com expectativas racionais pode ser visto na *Figura 10.9*. Como as expectativas racionais fazem com que os empresários "acertem" sempre nas

[19] O ordem dos paineis é a seguinte: da esquerda para a direita, e de cima para baixo.

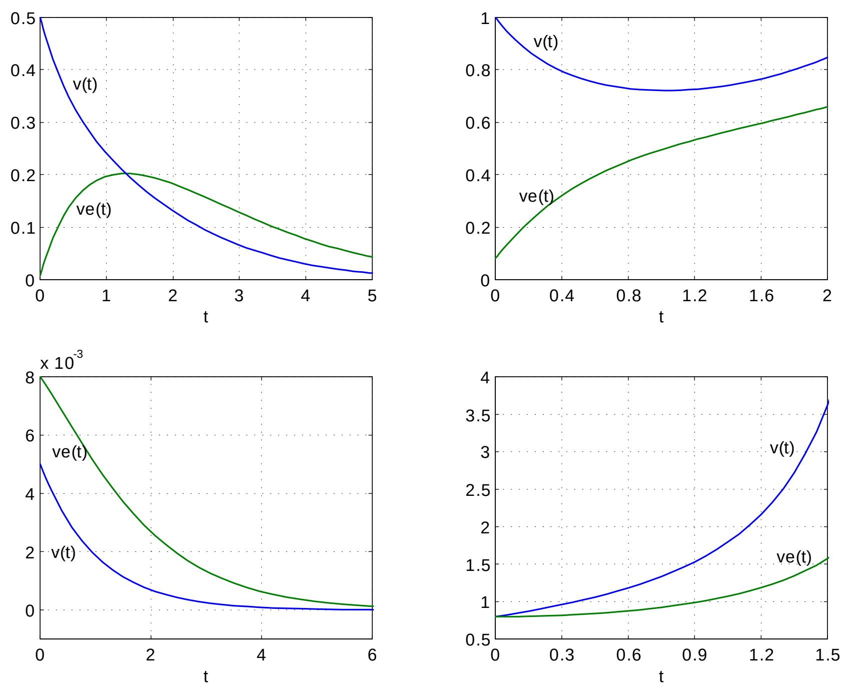

Figura 10.8: TRAJECTÓRIAS DE DESEQUILÍBRIO NO MODELO DE HARROD COM EXPECTATIVAS ADAPTATIVAS. *Quatro diferentes pares de condições iniciais levam a economia para zero ou infinito.*

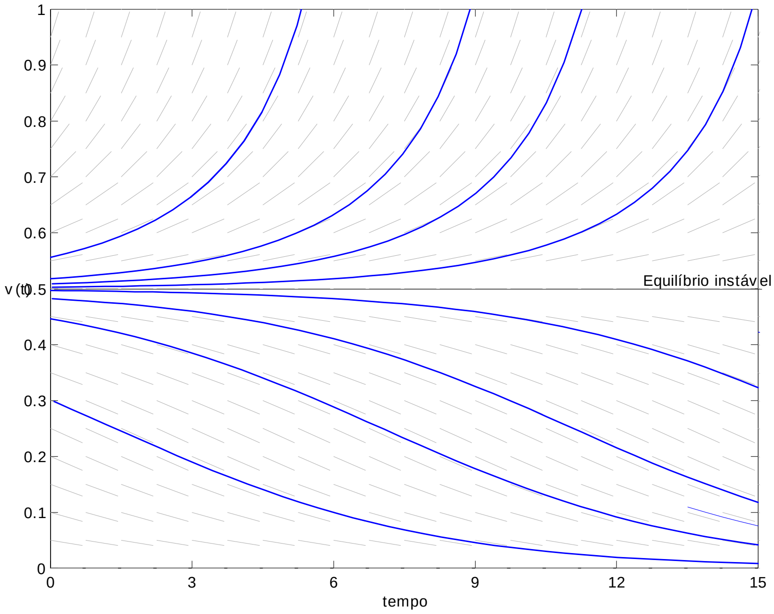

Figura 10.9: EXPECTATIVAS RACIONAIS NO MODELO DE HARROD. *Trajectórias do rácio produto-capital* (v_t) *para diferentes condições iniciais. Só uma condição inicial permite manter a economia em equilíbrio no longo prazo* $(v_0 = 0.5)$. *Todas as restantes condições iniciais, mesmo que muito próximas do valor de 0.5, levam a economia para zero ou infinito.*

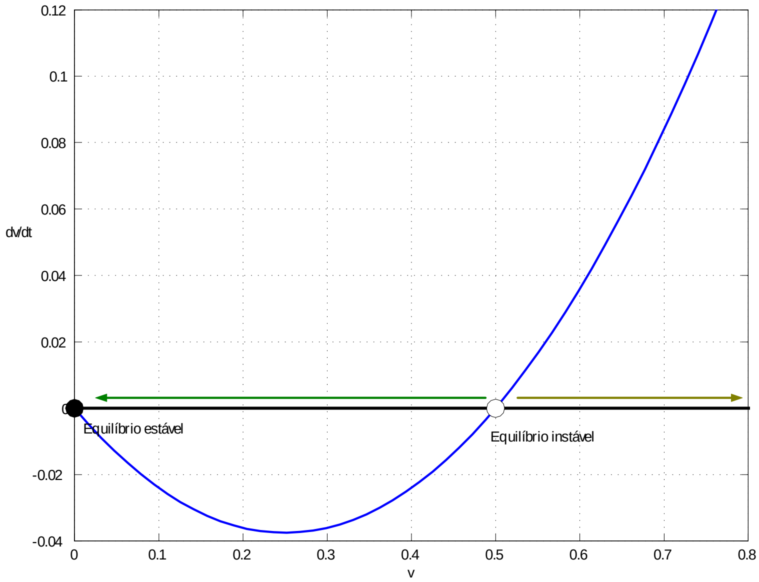

Figura 10.10: A LINHA DE FASES PARA O MODELO DE HARROD COM EXPECTATIVAS RACIONAIS.

suas expectativas relativamente ao valor de v_t, vejamos o que acontece para diferentes valores iniciais deste rácio (v_0). A figura é por si só bastante elucidativa: se $v_0 = 0.5$, a economia mantém o equilíbrio ao longo do tempo com v_t e v_t^e ambos iguais a 0.5. No entanto, para quaisquer outros valores iniciais de v_t, mesmo que muito próximos 0.5, a economia afasta–se progressivamente deste equilíbrio, convergindo para zero ou para infinito, conforme o valor inicial esteja abaixo ou acima do valor de equilíbrio.

Uma outra forma de mostrar este tipo de equilíbrio "fio-da-navalha" é através da utilização da linha de fases. Esta linha pretende mostrar as fases em que a variável em questão cresce ou decresce ao longo do tempo. Esta linha de fases é apresentada para o caso deste modelo com expectativas racionais na *Figura 10.10*. Como podemos facilmente ver, este modelo tem dois equilíbrios um estável e um outro instável. Este último tem sido amplamente discutido por nós ao longo desta secção e corresponde ao valor inicial do rácio produto–capital igual a 0.5, ou seja, $v_0 = 0.5$. O primeiro, o equilíbrio que é estável, não tem sido discutido nesta secção porque o mesmo não faz grande sentido em termos económicos. Um rácio $v_t = 0$ significa que a economia não obtém qualquer produção, ou seja, é uma economia que não existe, e portanto não faz qualquer sentido estar a discutir um equilíbrio deste género.

10.5 Conclusões

1. *O modelo de Harrod possui um equilíbrio de longo prazo, único, mas extremamente instável.*

2. *Este tipo de instabilidade de longo prazo surge se as expectativas seguem um processo adaptativo, mas surge também mesmo que as expectativas sejam racionais.*

3. *A taxa de crescimento económico no longo prazo* (g)*é determinada por três forças económicas:*

    (a) *A taxa de poupança* (s) *afecta positivamente a taxa de crescimento económico*

    (b) *A produtividade do capital* (v) *afecta positivamente a taxa de crescimento económico*

    (c) *A taxa de amortização* (δ) *afecta esta taxa de forma negativa.*

4. *No modelo de Harrod é claro a taxa de amortização é uma variável exógena ao processo económico. No entanto, não é tão claro que as duas primeiras forças sejam variáveis endógenas. Por isso, não é fácil classificar o modelo de Harrod como um modelo de crescimento exógeno ou endógeno.*

5. *Como a taxa de poupança afecta positivamente a taxa de crescimento económico, então medidas de política económica que levem a um aumento desta taxa, levarão também a taxas de crescimento económico mais elevadas no longo prazo. Portanto, isto contraria o modelo de Solow, onde variações na taxa de poupança produziam apenas efeitos de curto prazo, não alterando a taxa de crescimento de longo prazo.*

6. *Enquanto a intervenção directa dos organismos estatais pode afectar a taxa de crescimento de longo prazo da economia, esta intervenção é também necessária para estabilizar a dinâmica da economia, no sentido de evitar desequilíbrios crescentes ao longo do tempo. No entanto, não minimamente visível no modelo de Harrod como as instituições públicas poderão implementar um processo prático para evitar tais desequilíbrios.*