# Capítulo 6

# O Modelo Neoclássico com Capital Humano: Transição Dinâmica

Conforme vimos no modelo de Solow, efeitos de transição dinâmica são as alterações que ocorrem no comportamento das variáveis endógenas *entre dois equilíbrios de longo prazo*, resultantes de uma alteração num parâmetro ou em vários parâmetros. Ou seja, estes efeitos reflectem o comportamento dinâmico das variáveis endógenas no *curto prazo,* sendo diferentes da evolução dinâmica associada às trajectórias de equilíbrio de longo prazo das mesmas variáveis, na maioria dos casos.[1]

Neste modelo faz sentido analisar os impactos de alterações nos seguintes parâmetros: alteração nas taxas de poupança para investimento em capital humano e capital físico, e alterações na taxa de crescimento da população bem como na taxa de crescimento do conhecimento tecnológico. Por razões de espaço, neste capítulo iremos apenas analisar alterações na taxa de poupança relacionada com capital humano e na taxa de crescimento do conhecimento tecnológico.[2] Como iremos verificar, tal como no modelo de Solow, alterações na primeira taxa produzem apenas efeitos de transição (ou de curto prazo), enquanto que alterações na segunda produzem também efeitos permanentes (ou de longo prazo).

[1] Conforme se deve lembrar, estes processos de transição dinâmica podem também ocorrer numa situação em que a economia percorre o "caminho" entre uma situação inicial e o seu equilíbrio de longo prazo. No entanto, o objectivo fundamental deste capítulo é o de mostrar os impactos de alterações em parâmetros sobre um determinado equilíbrio.

[2] Depois de perceber a técnica utilizada nestes dois casos, poderá facilmente aplicar a mesma aos restantes dois casos.

## 6.1 Os Efeitos de um Aumento em $s_H$

Para iniciar a análise de variações nos valores dos parâmetros é conveniente apresentar primeiro os resultados de uma simulação numérica que apresente um equilíbrio de longo prazo inicial, e que sirva depois como base de comparação para os resultados seguintes. Os valores escolhidos para os parâmetros e para as variáveis pré–determinadas nesta simulação são as seguintes:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha = 0.35$ | , | $s_K = 0.25$ | , | $\delta_K = 0.12$ |
| $\beta = 0.25$ | , | $s_H = 0.1$ | , | $\delta_H = 0.05$ |
| $n = 0.02$ | , | $m = 0.04$ | | |

As condições iniciais escolhidas para as duas variáveis fundamentais que sintetizam a dinâmica do modelo, ambas medidas em valores intensivos, são

$$k(0) = 0.05 \quad , \quad h(0) = 0.01$$

Estes parâmetros levam a um equilíbrio de longo prazo que é caracterizado pelos principais pontos que apresentamos de seguida (mais uma vez o asterisco pretende representar *o valor de equilíbrio de longo prazo* para a variável em questão):

$$k^\star = 1.72 \quad , \quad h^\star = 1.12 \quad , \quad q^\star = 1.24$$

$$g_k^\star = g_h^\star = g_q^\star = 0 \quad , \quad g_K^\star = g_H^\star = g_Q^\star = 0.06$$

Na *Figura 6.1* apresentamos os resultados de uma simulação numérica que confirma estes valores, em que utilizámos os parâmetros e as condições iniciais acima referidos. Quer os valores de $k^\star$ , $h^\star$, e $q^\star$, quer as taxas de crescimento que optámos por apresentar nesta simulação — $g_q$ , $g_Q$ — convergem gradualmente para os seus equilíbrios de longo prazo. Nesta figura, pode–se verificar que quando o período 130 é alcançado, a economia já se encontra no seu equilíbrio de longo prazo, mantendo–o ao longo do tempo caso não ocorra nenhuma alteração significativa na economia.

O que acontece a este equilíbrio de longo prazo se a taxa de poupança para investimento em capital humano aumentar de forma permanente de $s_{H(0)}$ para $s_{H(1)}$? Ou seja, o que acontece no modelo se a partir de um dado momento passar a verificar–se $s_{H(1)} > s_{H(0)}$? Veremos que este

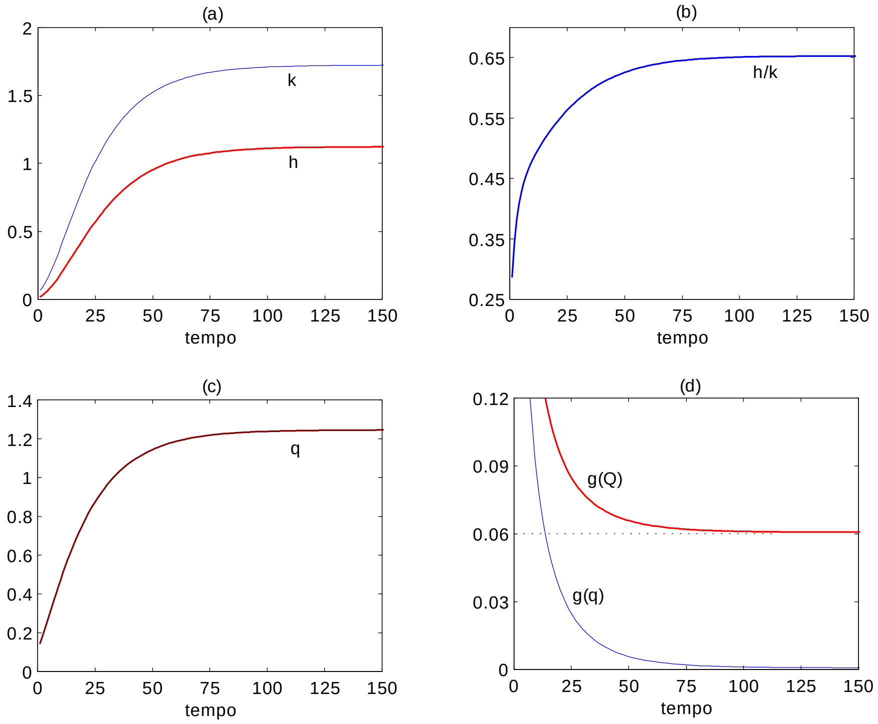


Figura 6.1: A CONVERGÊNCIA PARA O EQUILÍBRIO DE LONGO PRAZO NO MODELO NEOCLÁSSICO COM CAPITAL HUMANO. *As condições iniciais são:* $k(0) = 0.05$, $h(0) = 0.01$.

tipo de aumento provoca apenas efeitos temporários (de curto prazo ou de transição) sobre a taxa de crescimento económico, não provocando quaisquer efeitos sobre esta taxa no longo prazo. Ou seja, quando o novo equilíbrio de longo prazo tiver sido alcançado, a taxa de crescimento económico volta ao nível que tinha antes do aumento da taxa de poupança se ter verificado.

### 6.1.1 Análise gráfica e algébrica

Para compreender a discussão que se segue, é necessário ter presente qual é a evolução dinâmica de cada um dos tipos de capital considerados neste modelo quando estamos fora das suas trajectórias de equilíbrio de longo prazo. Suponha que a economia se encontra no seu equilíbrio estável de longo prazo, ponto E, e que, a partir de certa altura, se verifica o referido aumento exógeno em $s_H$, a parcela dos recursos destinada a investimento em capital humano. De forma a perceber bem as alterações no equilíbrio que se verificavam na economia será conveniente recordar quais as expressões que nos davam o equilíbrio de longo prazo para cada uma das variáveis em questão, para o capital físico e para o capital humano (ambos em termos de trabalho eficiente).

Para o primeiro tipo de capital, a condição $\dot{k}_t = 0$ implicava o seguinte resultado (vide capítulo anterior, equação **??**):

$$k_t = \left( \frac{s_K}{n + m + \delta_K} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot h_t^{\beta/(1-\alpha)} \tag{6.1}$$

Por outro lado, no que diz respeito ao capital humano, a condição $\dot{h}_t = 0$ implicava, conforme equação **??** no capítulo anterior, o seguinte resultado

$$k_t = \left( \frac{n + m + \delta_H}{s_H} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot h_t^{(1-\beta)/\alpha} \tag{6.2}$$

Como é facilmente visível observando estas duas expressões, uma alteração em $s_H$ apenas modifica a localização geométrica da segunda equação (a que se refere a $\dot{h}_t = 0$). Como neste exemplo temos um aumento de $s_H$, então a referida função desloca–se para baixo e para a direita, conforme representação gráfica na *Figura 6.2.*

Na situação anterior ao aumento de $s_H$ o ponto E representava a situação de equilíbrio de longo prazo, no entanto, após este aumento se ter verificado a economia convergirá para um novo ponto de equilíbrio em F. Neste novo equilíbrio, a economia tem um nível de capital humano superior ao nível associado ao equilíbrio inicial, bem como um nível de capital por trabalhador eficiente também mais elevado. Obviamente que

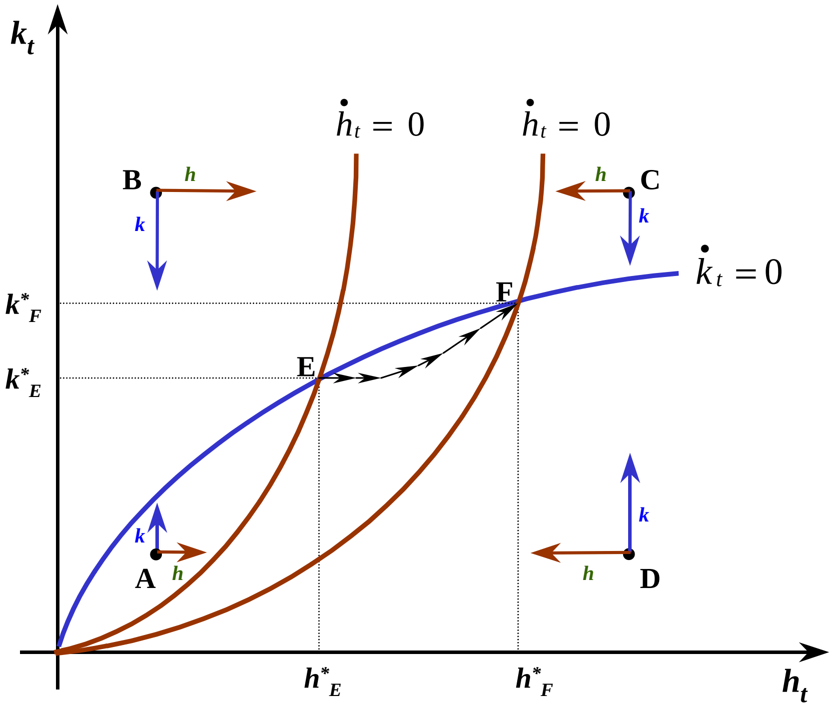


Figura 6.2: O IMPACTO DE UM AUMENTO NA TAXA DE POUPANÇA PARA INVESTIMENTO EM CAPITAL HUMANO ($s_H$).

quando a economia atinge o ponto F, estes dois tipos de capital passarão a permanecer constantes ao longo do tempo.

Portanto, o ponto F, tal como o ponto E, corresponde a uma situação de equilíbrio de longo prazo, onde, como vimos no capítulo anterior, a taxa de crescimento da produção é dada $g_Q = n + m$. Como nem $m$, nem $n$, sofreram qualquer alteração nesta simulação, a economia terá forçosamente de ter a mesma taxa de crescimento nos dois equilíbrios de longo prazo.

Mas e o que passa entre os pontos E e F? Como vamos mostrar, entre estes pontos verificar–se–á o seguinte:

- Uma subida abrupta de $g_q$, seguida de uma diminuição gradual desta variável de forma que a mesma tenderá novamente para zero quando o novo equilíbrio de longo prazo for alcançado: $g_{q(F)} = g_{q(E)} = 0$;
- Uma subida abrupta de $g_Q$, e depois uma diminuição gradual desta variável de forma que a mesma tenderá para o mesmo valor que tinha no equilíbrio anterior — $g_{Q(F)} = g_{Q(E)} = n + m$ — quando o novo equilíbrio de longo prazo for alcançado.

Comecemos primeiro com o estudo de $g_q$. Nos pontos E e F sabemos que, pela própria definição do equilíbrio de longo prazo, $\dot{k} = 0$ e $\dot{h} = 0$. Isto implica que as taxas de crescimento de $k$ e $h$ são ambas iguais a zero nos pontos E e F, ou seja, $g_{k(E,F)} = 0$ e $g_{h(E,F)} = 0$. No entanto, como se pode facilmente verificar através da *Figura 6.2*, os níveis de $k$ e $h$ aumentam do ponto E para o ponto F, porque $h_F^\star > h_E^\star$ e $k_F^\star > k_E^\star$ . Isto significa que entre estes dois pontos teremos uma taxa de crescimento *positiva* para $k$ e $h$, ou seja, $g_{k(E \rightsquigarrow F)} > 0$ e $g_{h(E \rightsquigarrow F)} > 0$. Por outro lado, utilizando a função de produção em termos intensivos $q_t = k_t^\alpha h_t^\beta$, podemos facilmente obter a seguinte expressão para a taxa de crescimento do produto em termos intensivos, $g_q = \alpha g_k + \beta g_h$, a qual terá também de ser positiva entre os pontos E e F, em virtude de $\alpha, \beta > 0$ e $g_{k(E \rightsquigarrow F)} > 0$ e $g_{h(E \rightsquigarrow F)} > 0$. Portanto, entre E e F teremos $g_q > 0$. No entanto, sabemos também que no ponto F se verifica $g_{k(F)} = 0$ e $g_{h(F)} = 0$. Daqui podemos deduzir o seguinte: $g_q = 0$ em E, $g_q = 0$ em F, e entre E e F teremos $g_q > 0$. Estes resultados podem ser facilmente visíveis na *Figura 6.3.*[3]

[3] Note que a função $g_q$ sofre primeiro uma variação positiva abrupta (tornando–se positiva em valor absoluto em apenas um período de tempo), e depois tende para zero gradualmente. A explicação deste comportamento é bastante semelhante à explicação deste tipo de transição dinâmica no modelo de Solow. A única diferença consiste em que no presente caso temos dois stocks de capital em vez de um. No entanto, o

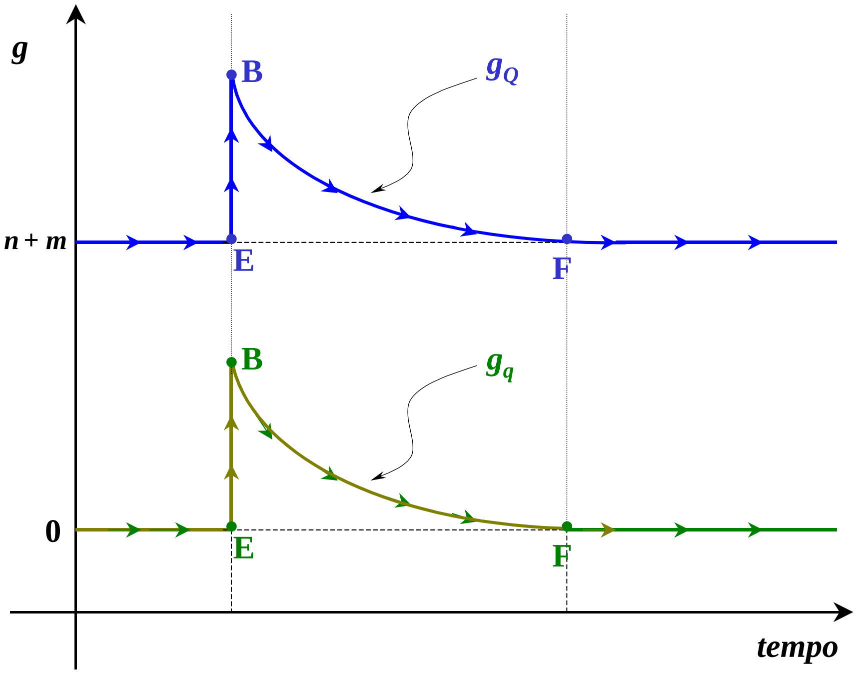


Figura 6.3: UM AUMENTO DA TAXA DE POUPANÇA PARA INVESTIMENTO EM CAPITAL HUMANO. *O impacto sobre as taxas de crescimento do produto total* ($g_Q$) *e do produto em termos de eficiência* ($g_q$).

Quanto ao caso de $g_Q$, a análise deste é agora mais simples. Sabemos que a taxa de crescimento do produto total é dada pela expressão $g_Q = g_q + n + m$. Então, aplicando o conceito de diferencial teremos: $dg_Q = dg_q$, já que $n$ e $m$ não sofrem qualquer variação entre os dois pontos (portanto, $dn = 0$ e $dm = 0$). Isto é, no processo de transição dinâmica, as variações de ambas as taxas são exactamente iguais, porque $m$ e $n$ não sofrerem qualquer variação. Vide *Figura 6.3* para uma imagem gráfica deste processo de transição dinâmica entre os dois equilíbrios de longo prazo, antes do aumento da taxa de poupança $s_H$ (ponto E), e após o processo de transição estar terminado (ponto F).

Note que este resultado que obtivemos para o produto total é também válido para as restantes variáveis medidas em termos absolutos. Por outro lado, o mesmo raciocínio pode ser também aplicado às variáveis medidas em termos per capita, embora aqui se deva deduzir a taxa de crescimento da população ao resultado acima alcançado.

raciocínio é totalmente igual e deve tentar demonstrar algebricamente a razão deste tipo de comportamento.

Este processo de transição dinâmica entre E e F pode também ser descrito em termos económicos. Assim que a parcela de recursos dedicada à aquisição de capital humano aumenta (quando $s_H$ aumenta), o capital humano por unidade de trabalho eficiente aumenta também, enquanto o capital físico por unidade de trabalho eficiente permanece constante no curto prazo. Como o novo investimento é inteiramente dedicado à aquisição de capital humano, só este tipo de capital é que irá variar no curto prazo. Isto pode ser verificado através da inclinação (direcção) das setas imediatamente após a economia ter abandonado o ponto E. No entanto, posteriormente um maior nível de capital humano provoca um aumento no nível do produto, o que irá por sua vez provocar um aumento do nível da poupança destinada ao investimento em capital físico. A partir de determinado momento, durante o processo de ajustamento, ambos os stocks de capital passam a crescer até F ter sido alcançado (vide a maior inclinação das setas quando a economia se aproxima do ponto F). Neste ponto, ambos os stocks definidos em termos de trabalhador eficiente passam a permanecer novamente constantes.

### 6.1.2 Exemplo numérico

Vamos agora ilustrar estes resultados que acabámos de apresentar acima com uma simulação numérica. Continuamos a assumir os mesmos valores para os parâmetros que utilizámos, bem como as mesmas condições iniciais.

Suponhamos agora que quando $t = 138$ verifica–se uma alteração nas opções dos agentes económicos: a taxa de poupança destinada a investimento em capital humano, que era até então de $s_H = 0.1$, passa a partir desse ano a ser de $s_H = 0.2$. Note que este aumento é permanente a partir desse ano, ou seja, esta taxa de poupança manter–se–á inalterada a partir de $t = 138$

$s_H = 0.1$ $s_H = 0.2$

$t = 0$ $t = 138$

Os impactos sobre o equilíbrio inicial que resultam da subida na taxa de poupança podem ser vistos na *Figura 6.4*, onde se constata que esta alteração leva aos seguintes factos. Primeiro, no equilíbrio que se verificava antes do aumento da taxa de poupança, os níveis dos stocks de capital em termos intensivos eram de $k^\star = 1.72$ e $h^\star = 1.12$. Por outro lado, o nível do produto em termos intensivos era de $q^\star = 1.24$. Como se pode verificar nos paineis (a) e (c) desta figura, estes valores aumentam ao longo do processo de transição até alcançarem o seus novos valores de

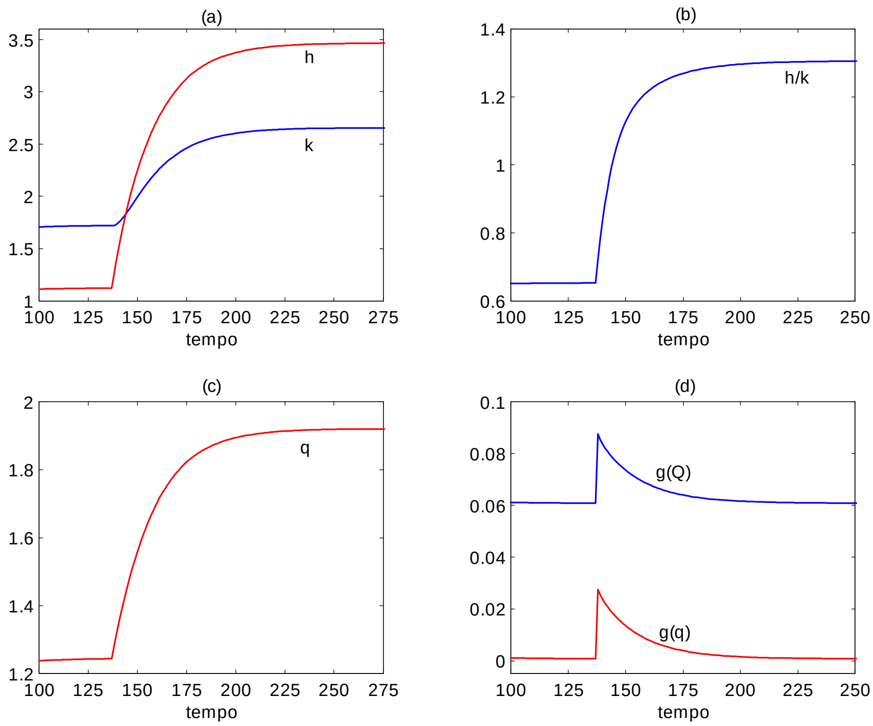


Figura 6.4: O IMPACTO DE UMA SUBIDA NA TAXA DE POUPANÇA PARA INVESTIMENTO EM CAPITAL HUMANO ($s_H$). *Se esta taxa aumentar de* 0.1 *para* 0.2 *em* $t = 138$, *no que diz respeito às taxas de crescimento, isto provoca apenas efeitos de curto prazo (último painel). No entanto, provoca efeitos temporários e também efeitos permanentes sobre as variáveis medidas em termos intensivos* ($k$, $h$, *e* $q$).

equilíbrio de longo prazo, os quais passam para: $k^\star = 2.65$, $h^\star = 3.46$, $q^\star = 1.92$.

No painel (b) constatamos que se verifica um aumento do nível de $h_t$ relativamente a $k_t$, quer durante o processo de transição, quer no novo equilíbrio de longo prazo. Isto é explicado pelo aumento da taxa de poupança em investimento em capital humano, o qual levará necessariamente ao aumento deste stock de capital em detrimento do capital físico, caso não se verifique qualquer outra variação que anule este efeito.

Segundo, no que diz respeito às duas taxas de crescimento apresentadas no painel (d) da *Figura 6.4* — $g_q$ e $g_Q$ — a evolução dinâmica das mesmas ao longo do processo de transição confirma os resultados obtidos na sub–secção anterior. Quando a taxa de poupança $s_H$ sofre o aumento de 0.1 para 0.2 em $t = 138$, as duas taxas de crescimento sofrem um aumento brusco devido ao aumento também brusco do investimento em capital humano (via poupança). No entanto, estas taxas irão depois diminuir gradualmente ao longo do tempo como consequência da existência de rendimentos decrescentes na acumulação de capital. Quando o processo de transição estiver terminado, as duas taxas de crescimento voltam a ser novamente iguais aos valores que tinham antes do aumento da taxa de poupança se ter verificado. Ou seja, um equilíbrio de longo prazo deu lugar a um processo de transição dinâmica (em resultado de um aumento da taxa de poupança), o qual deu lugar, por sua vez, ao fim de várias décadas, a um novo equilíbrio de longo prazo que em nada difere do equilíbrio inicial no que diz respeito às taxas de crescimento económico.

No entanto, note que a alteração na taxa de poupança tem, para além de efeitos de curto prazo, também efeitos permanentes sobre as várias variáveis medidas em valores intensivos, ou seja, em valores expressos em termos de trabalhador eficiente. Assim, no novo equilíbrio de longo prazo, os valores de $k$, $h$, $q$ serão mais elevados do que no equilíbrio inicial, o que pode ser facilmente visto na *Figura 6.4.*

### 6.1.3 Principais resultados

Em termos de síntese, podemos dizer que, perante uma subida da taxa de poupança para investimento em capital humano, o modelo neoclássico com capital humano produz um conjunto de resultados que são muito semelhantes aos do modelo de Solow. Estes resultados podem ser sintetizados nos seguintes pontos: (i) efeitos de curto *versus* efeitos de longo prazo; (ii) taxa de poupança e condições médias de vida da população; (iii) robustez do equilíbrio de longo prazo.

#### ***Curto versus longo prazo***

A primeira principal conclusão da análise de variações na taxa de poupança $s_H$ tem a ver com o facto de uma subida nesta taxa *não provocar* um aumento no nível da taxa de crescimento económico de longo prazo. Note que o mesmo resultado poderá ser também obtido com variações na taxa de poupança para investimento em capital físico, ou seja variações em $s_K$. Portanto, estes resultados são totalmente idênticos aos do modelo de Solow, já que a taxa de crescimento económico no longo prazo é dada pela soma de duas forças exógenas, o crescimento da população e o crescimento do conhecimento tecnológico ($g_Q^\star = n + m$). Aumentos nas taxas de poupança produzem efeitos positivos sobre esta taxa ($g_Q$), mas apenas no curto prazo (entre dois equilíbrios de longo prazo). Isto é, produzem apenas *efeitos de transição* na dinâmica do processo de crescimento económico. Isto leva–nos à primeira conclusão relativamente à transição dinâmica neste modelo:

**Conclusão 6.1** *Um aumento das taxas de poupança não tem efeitos positivos permanentes sobre o crescimento económico de longo prazo; apenas tem efeitos positivos no curto prazo (ou temporários) durante o processo de transição entre dois equilíbrios de longo prazo.*

Os valores destas taxas de crescimento no equilíbrio de longo prazo, os quais foram objecto de estudo detalhado no capítulo anterior, são novamente apresentados na caixa seguinte:

**Taxas de crescimento no equilíbrio de longo prazo**

| exógenas | | endógenas | | |
|---|---|---|---|---|
| $g_L = n$ | $g_A = m$ | $g^\star_k = g^\star_k = g^\star_q = 0$ | $g^\star_{K/L} = g^\star_{H/L} = g^\star_{Q/L} = m$ | $g^\star_K = g^\star_H = g^\star_Q = n+m$ |

### *Taxa de poupança e níveis médios de vida*

Existe ainda uma outra conclusão importante que se pode retirar dos impactos de um aumento nas taxas de poupança sobre a evolução da economia, estando relacionada com as condições médias de vida da população. Como vimos, na nova situação de equilíbrio de longo prazo, no ponto F da *Figura 6.2*, todas as variáveis estão a crescer às mesmas taxas que no equilíbrio inicial. No entanto, os novos níveis dos dois stocks de capital e do produto em termos de eficiência (e também do consumo como iremos demonstrar) serão mais elevados do que no equilíbrio inicial em virtude dos stocks de capital em termos de eficiência serem superiores no novo equilíbrio ($k^\star_F > k^\star_E$ e $h^\star_F > h^\star_E$). Como iremos ver, estes valores mais elevados implicam também valores mais elevados para as mesmas variáveis medidas em valores per capita, o que tem implicações para a análise do nível das condições médias de vida da população.

Em termos gráficos, como é facilmente constatável na *Figura 6.2*, economias com idênticas taxas de crescimento da população e de conhecimento tecnológico, *mas com diferentes taxas de poupança para investimento em capital humano*, terão diferentes níveis dos stocks de capital por trabalhador eficiente no equilíbrio de longo prazo $(k^\star, h^\star)$. Por exemplo, suponha que as taxas de poupança $s_{H(E)}$ e $s_{H(F)}$ dizem respeito a dois países diferentes: os países $\mathcal{P}_E$ e $\mathcal{P}_F$. No equilíbrio de longo prazo relativo a cada país teremos um determinado nível para $k$ e $h$ associados a esse equilíbrio: $(k_E^\star, h_E^\star)$ para o país $\mathcal{P}_E$ e $(k_F^\star, h_F^\star)$ para o país $\mathcal{P}_F$. Conforme vimos acima, os países onde se verifiquem taxas de poupança mais elevadas terão níveis de capital físico e humano por trabalhador eficiente mais elevados do que nos países onde as taxas de poupança sejam mais baixas.

Tendo em consideração que o nível da produção por trabalhador eficiente é uma função positiva dos níveis dos stocks de capital também por trabalhador eficiente [4]

$$q^\star = f(k^\star, h^\star)$$

e que a produção é repartida entre consumo e investimento — vide capítulo anterior — isto é

$$q^\star = c^\star + i^\star$$

então, como maiores taxas de poupança implicam maiores níveis de $k^\star$ e $h^\star$, implicam também níveis mais elevados de $q^\star$, $c^\star$ e $i^\star$. Por outro lado, níveis mais elevados de consumo por trabalhador eficiente ($c$) levam a níveis mais elevados de consumo per capita ($C/L$), porque este nível de consumo depende positiva e linearmente de $c$ através da definição $C/L = cA$, sendo $A$ comum a todas as economias por ser um bem livremente disponível em todo o mundo.

Portanto, o modelo neoclássico com capital humano também permite explicar porque razão economias em desenvolvimento apresentam mais baixos níveis de produção, de capital físico, capital humano e consumo (todos em termos per capita) que os países economicamente mais desenvolvidos. Isto pode resultar de baixas taxas de poupança e, sobretudo, de baixas taxas de poupança em investimento em capital humano.

Isto leva–nos para a segunda conclusão relativamente à transição dinâmica no modelo neoclássico com capital humano:

**Conclusão 6.2** *Países com taxas de poupança elevadas não crescerão mais rapidamente que países com taxas de poupança mais baixas, mas terão níveis de capital físico, capital humano, e rendimento per capita mais elevados. Terão, portanto, melhores condições de vida em termos médios.*

### *Robustez da estabilidade do equilíbrio de longo prazo*

O estudo do impacto de uma variação na taxa de poupança para capital humano é também útil de forma a tornar mais clara a questão

[4] Vide capítulo anterior.

relacionada com o tipo de *estabilidade* do equilíbrio de longo prazo neste modelo.

Conforme vimos, após o choque resultante da subida da taxa de poupança $s_H$, a economia tem capacidade de regressar a uma nova trajectória de equilíbrio de longo prazo, verificando–se portanto a ausência de desequilíbrios de longo prazo neste caso, os quais são passíveis de existir em outros modelos quando um dos seus parâmetros sofre uma alteração de natureza permanente. Portanto, alterações de natureza permanente na taxa de poupança confirmam a característica do modelo possuir um equilíbrio de longo prazo claramente estável.

O facto de um modelo ter um equilíbrio estável perante variações em alguns dos seus parâmetros é normalmente designado por *"robustez do modelo"*. Conforme teremos oportunidade de ver na secção seguinte, esta robustez continua a verificar–se mesmo perante alterações na taxa de crescimento do conhecimento tecnológico.

**Conclusão 6.3** *Em suma, isto confirma que o equilíbrio de longo prazo é estável, é único, e é robusto.*

## 6.2 Os Efeitos de um Aumento em $m$

O que acontece ao equilíbrio de longo prazo se a taxa de crescimento do conhecimento tecnológico aumentar de forma permanente de $m_0$ para $m_1$, ($m_1 > m_0$)? Como iremos ver este tipo de aumento provoca, e contrariamente ao que vimos no caso de um aumento da taxa de poupança, dois efeitos: não somente um efeito temporário ou de transição sobre a taxa de crescimento económico, mas também um efeito permanente ou de longo prazo sobre a referida taxa.

### 6.2.1 Análise gráfica e algébrica

É conveniente recordar aqui novamente as expressões que nos davam o equilíbrio de longo prazo para cada uma das variáveis que sintetizavam a dinâmica do modelo, o capital físico e o capital humano ambos medidos em termos de trabalho eficiente. Para o primeiro, a condição $\dot{k}_t = 0$ implicava o seguinte resultado (vide equação 6.1): $k_t = \left[s_K / \left(m + n + \delta_K\right) /\right]^{1/(1-\alpha)} h_t^{\beta/(1-\alpha)}$. Para o segundo tipo de capital, a condição $\dot{h}_t = 0$ implicava o resultado dado pela equação (6.2), ou seja, $k_t = \left[\left(m + n + \delta_H\right) / s_H\right]^{(1/\alpha)} h_t^{(1-\beta)/\alpha}$. Como é facilmente visível na observação destas duas expressões, uma alteração em $m$ modifica a localização geométrica de ambas as equações. Como neste exemplo temos um aumento de $m$, então as referidas funções deslocam–se ambas e do seguinte modo: a primeira para a direita ou para

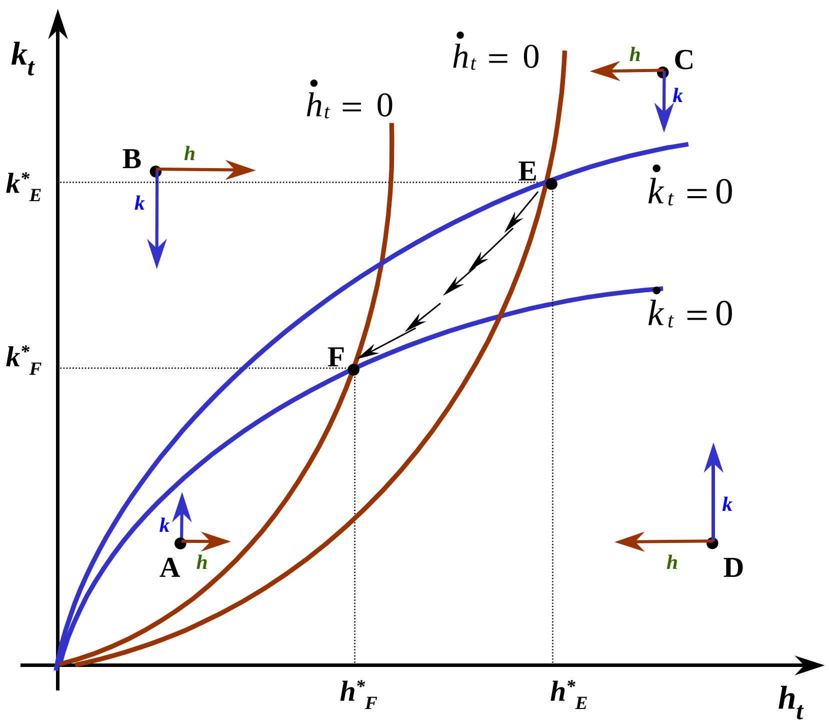


Figura 6.5: O IMPACTO DE UM AUMENTO NA TAXA DE CRESCIMENTO DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO ($m$).

baixo; a segunda para a esquerda ou para cima, conforme representação gráfica na *Figura 6.5.* O ponto E reflecte o equilíbrio de longo prazo inicial, F o novo equilíbrio de longo prazo resultante da subida em $m$.

Se no ponto E a economia se encontrava num equilíbrio de longo prazo e tinha uma taxa de crescimento da produção dada por $g_{Q(E)} = m + n$, então no ponto F a economia estará num novo equilíbrio e a taxa de crescimento económico terá de manter–se igual a $g_{Q(F)} = m + n$. No entanto, como em F temos $m_1$ e em E tínhamos $m_0$, e como $m_1 > m_0$, então $g_{Q(F)} > g_{Q(E)}$. Portanto, no equilíbrio de longo prazo dado por F teremos uma taxa de crescimento mais elevada do que no equilíbrio inicial, resultante de um aumento na taxa de crescimento do conhecimento tecnológico.

Mas e o que passa entre os pontos E e F? Como iremos mostrar, entre estes pontos verificar–se–á o seguinte:

- Uma descida abrupta de $g_q$, tornando–se mesmo negativa, e depois um crescimento gradual desta variável de forma que a mesma tenderá novamente para zero quando o novo equilíbrio de longo prazo for alcançado;

- Uma subida abrupta de $g_Q$ e depois um crescimento gradual desta variável de forma que a mesma tenderá para um valor mais elevado do que no equilíbrio inicial $g_{Q(F)} > g_{Q}(E)$, quando o novo equilíbrio de longo prazo for alcançado.

Comecemos pelo estudo de $g_q$. Nos pontos E e F sabemos que, pela própria definição do equilíbrio de longo prazo, $\dot{k} = 0$ e $\dot{h} = 0$. Isto implica que as taxas de crescimento de $k$ e $h$ são ambas iguais a zero nos pontos E e F, ou seja, $g_{k(E,F)} = 0$ e $g_{h(E,F)} = 0$. No entanto, como se pode facilmente verificar através da *Figura 6.5*, os níveis de $k$ e $h$ decrescem do ponto E para o ponto F, porque $h^\star_F < h^\star_E$ e $k^\star_F < k^\star_E$ . Isto significa que entre estes dois pontos teremos uma taxa de crescimento *negativa* para $k$ e $h$, ou seja, $g_{k(E\rightsquigarrow F)} < 0$ e $g_{h(E\rightsquigarrow F)} < 0$. Por outro lado, utilizando a função de produção em termos intensivos $q_t = k_t^\alpha h_t^\beta$, podemos facilmente obter a seguinte expressão para a taxa de crescimento do produto em termos intensivos, $g_q = \alpha g_k + \beta g_h$, a qual terá também de ser negativa entre os pontos E e F, por duas razões: porque $\alpha, \beta > 0$ e porque $g_{k(E\rightsquigarrow F)} < 0$ e $g_{h(E\rightsquigarrow F)} < 0$. Portanto, entre E e F teremos $g_q < 0$. No entanto, sabemos também que no ponto F se verifica $g_{k(F)} = 0$ e $g_{h(F)} = 0$. Daqui podemos deduzir o seguinte: $g_q = 0$ em E, $g_q = 0$ em F, e entre E e F temos $g_q < 0$. Estes resultados podem ser facilmente visíveis na *Figura 6.6*.[5]

Quanto ao segundo caso, a análise deste é agora mais simples. Sabemos que a taxa de crescimento do produto total é dada pela expressão $g_Q = g_q + m + n$. Então, aplicando o conceito de diferencial teremos: $dg_Q = dg_q + dm$, já que $n$ não sofre qualquer variação entre os dois pontos (portanto, $dn = 0$). Agora, verifique que o processo entre E e F pode ser separado em duas etapas: uma primeira, quando $m$ sofre um aumento brusco, e uma segunda quando a economia começa a adaptar–se progressivamente a esta nova situação, ou seja quando o valor negativo de $g_q$ diminui gradualmente e vai convergindo para zero. O aumento súbito de $g_Q$ na *Figura 6.6* é o resultado da conjugação destas duas variações, sendo ambas positivas.[6]

[5]Note que a função $g_q$ sofre primeiro uma variação negativa abrupta (tornando–se negativa em valor absoluto em apenas um período de tempo), e depois tende para zero gradualmente. A explicação deste comportamento é bastante semelhante à explicação deste tipo de transição dinâmica no modelo de Solow. A única diferença consiste em que no presente caso temos dois stocks de capital em vez de um. No entanto, o raciocínio é totalmente igual e deve tentar demonstrar algebricamente a razão deste tipo de comportamento.

[6]Note ainda que, por razões semelhantes à análise que fizémos no modelo de Solow, a taxa $g_Q$ não sofre a diminuição brusca que $g_q$ sofre quando se dá o aumento brusco de $m$. Deve tentar explicar este resultado algebricamente.

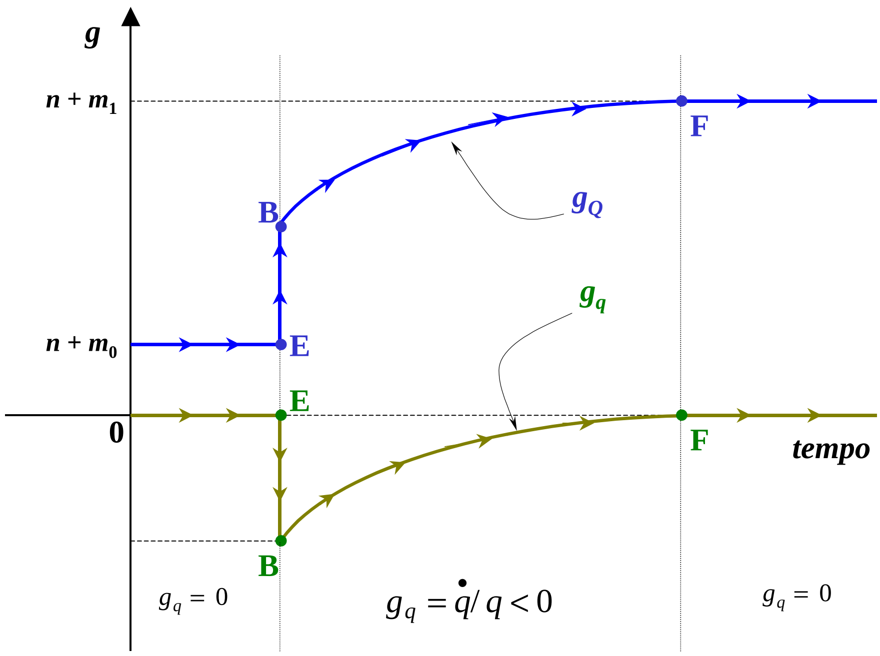


Figura 6.6: UM AUMENTO NA TAXA DE CRESCIMENTO DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO. *O impacto sobre a taxa de crescimento do produto total* ($g_Q$) *e do produto em termos de eficiência* ($g_q$).

### 6.2.2 Exemplo numérico

Continuamos a assumir os mesmos valores para os parâmetros que utilizámos na secção anterior, bem como as mesmas condições iniciais. Suponhamos agora que quando $t = 138$, a taxa de crescimento do conhecimento tecnológico, que era até então de $m = 0.04$, passa a partir desse ano a ser de $m = 0.06$. Note que este aumento é permanente a partir desse ano, ou seja, esta taxa de poupança manter–se–á inalterada a partir de $t = 138$

$m = 0.04$ $m = 0.06$
|————————————|————————————≻
$t = 0$ $t = 138$

Os impactos sobre o equilíbrio inicial que resultam da subida na taxa de crescimento do conhecimento tecnológico podem ser vistos na *Figura 6.7*, onde se constata que esta alteração leva a um conjunto de factos bem diferentes dos causados pela alteração analisada na secção anterior. O equilíbrio que se verificava antes do aumento da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico era caracterizado por: $k^\star = 1.72$, $h^\star = 1.12$ e $q^\star = 1.24$. Primeiro, como se pode verificar nos paineis (a) e (b) desta figura, estes valores diminuem ao longo do processo de transição até alcançarem os seus novos valores de equilíbrio de longo prazo, os quais passam para: $k^\star = 1.26$, $h^\star = 0.77$, $q^\star = 1.01$.[7]

No painel (a) podemos ainda constatar que o rácio entre $h_t$ e $k_t$, quer durante o processo de transição, quer no novo equilíbrio de longo prazo, mantém–se inalterado. Isto é explicado pelo facto do aumento na taxa de crescimento do conhecimento tecnológico afectar de forma idêntica a acumulação de ambos os stocks de capital.

Segundo, no que diz respeito às duas taxas de crescimento apresentadas nos paineis (c) e (d) da *Figura 6.7* — $g_q$ e $g_Q$ — a evolução dinâmica das mesmas ao longo do processo de transição confirma os resultados obtidos na sub–secção anterior. Quando a taxa de crescimento do conhecimento tecnológico $m$ sofre o aumento de 0.4 para 0.6 em $t = 138$, as duas taxas de crescimento sofrem uma variação brusca devido ao aumento também brusco do nível do conhecimento tecnológico. No caso da taxa $g_q$, esta diminui abruptamente no período em que se verifica o aumento da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico de 4 para 6% (tornando–se mesmo negativa), aumentando depois gradualmente ao longo do tempo, voltando a atingir o valor zero quando a economia tiver alcançado o novo equilíbrio de longo prazo.

Quanto à taxa $g_Q$, esta aumenta subitamente no período em que $m$ aumenta de 4 para 6%, continuando depois a aumentar gradualmente

[7] No caso do aumento em $s_H$, estes valores aumentavam em vez de diminuírem.

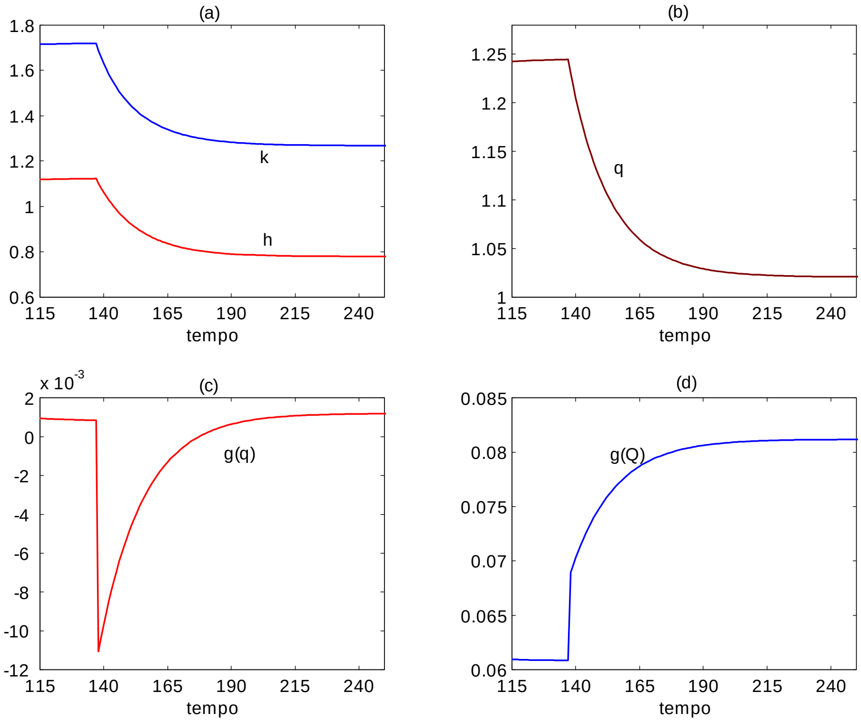


Figura 6.7: UMA SUBIDA NA TAXA DE CRESCIMENTO DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO $(m)$. *Em* $t = 138$ *esta taxa sobe de* $0.04$ *para* $0.06$ *o que provoca apenas efeitos de curto prazo sobre a taxa de crescimento* $g_q$ *(painel c). No entanto, provoca também efeitos permanentes sobre a taxa de crescimento* $g_Q$*, bem como sobre as variáveis medidas em termos intensivos* $(k,\ h,$ *e* $q)$.

(seguindo a trajectória de $g_q$ ) até atingir o seu novo valor de equilíbrio de longo prazo, o qual será de 8% neste nosso exemplo.

Contrariamente à simulação anterior, quando o processo de transição estiver terminado, as duas taxas de crescimento não voltam a ser novamente iguais aos valores que tinham antes do aumento da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico se ter verificado. Isto verifica–se apenas para o caso de $g_q$, já que a taxa de crescimento da produção medida em valores absolutos ($g_Q$ ) passa a ser mais elevada no novo equilíbrio de longo prazo. Note que o mesmo acontece com a taxa de crescimento do produto per capita, porque esta é igual a $m$, [8] e $m$ é mais elevado no novo equilíbrio de longo prazo.

Ou seja, um equilíbrio de longo prazo deu lugar a um processo de transição dinâmica (em resultado de um aumento da taxa de crescimento do conhecimento tecnológico), o qual deu lugar, por sua vez, ao fim de várias décadas, a um novo equilíbrio de longo prazo que difere significativamente do equilíbrio inicial no que diz respeito às taxas de crescimento económico e no que diz respeito aos valores das variáveis medidas em valores intensivos e em valores per capita.

### 6.2.3 Principais resultados

A análise de um aumento permanente da taxa de crescimento de conhecimento tecnológico permite retirar do modelo os seguintes pontos. Primeiro, confirma uma vez mais a conclusão que apresentámos no ponto anterior: no modelo de capital humano o equilíbrio de longo prazo é estável, é único, e é robusto. No entanto, no que concerne à conclusão número um, esta tem de ser alterada para corresponder a este novo contexto. A mesma terá de ser transformada nas seguintes conclusões:

**Conclusão 6.4** *Um aumento permanente da taxa de crescimento de conhecimento tecnológico tem efeitos no curto prazo (ou temporários) sobre o crescimento económico, durante o processo de transição entre dois equilíbrios de longo prazo. Mas tem também efeitos positivos permanentes sobre o crescimento económico de longo prazo, pois leva a uma subida da taxa de crescimento económico de longo prazo, quer do rendimento medido em valores absolutos, quer do rendimento medido em termos per capita.*

**Conclusão 6.5** *Assim, economias que obtenham taxas de crescimento do conhecimento tecnológico mais elevadas que outras economias, apresentarão melhores condições de vida médias para a sua população.*

[8] Deve relembrar que um dos resultados fundamentais do modelo é $g_{Q/L} = m$.

## 6.3 Sumário

Para além das conclusões já apresentadas no capítulo anterior, em que o modelo de crescimento neoclássico com capital humano tem equilíbrio de longo prazo, este é único e estável, convém acrescentar as seguintes relativamente aos dois processos de transição dinâmica que foram estudados:

1. Um aumento permanente das taxas de poupança:
   (a) Não tem efeitos positivos permanentes sobre o crescimento económico de longo prazo;
   (b) Tem apenas efeitos positivos no curto prazo (ou temporários) durante o processo de transição entre dois equilíbrios de longo prazo.
   (c) Portanto, países com taxas de poupança elevadas não crescerão mais rapidamente que países com taxas de poupança mais baixas, mas terão níveis de capital físico, capital humano, e rendimento per capita mais elevados. Terão, portanto, melhores condições de vida em termos médios.

2. Um aumento permanente da taxa de crescimento de conhecimento tecnológico:
   (a) Tem efeitos no curto prazo (ou temporários) positivos sobre o crescimento económico, durante o processo de transição entre dois equilíbrios de longo prazo
   (b) Tem também efeitos positivos permanentes sobre o crescimento económico de longo prazo, pois leva a uma subida da taxa de crescimento económico de longo prazo, quer do rendimento medido em valores absolutos, quer do rendimento medido em termos per capita.
   (c) Assim, economias que obtenham taxas de crescimento do conhecimento tecnológico mais elevadas que outras economias, apresentarão melhores condições de vida médias para a sua população.